Skript zur Vorlesung

Prinzipien von Programmiersprachen

WS 2013/14

Prof. Dr. Michael Hanus

Arbeitsgruppe Programmiersprachen und Übersetzerkonstruktion
Institut für Informatik
Christian-Albrechts-Universität zu Kiel

Version vom 18. Februar 2014

Vorwort

In dieser Vorlesung werden grundlegende Prinzipien heutiger Programmiersprachen vorgestellt. Dabei steht die praktische Anwendung von Sprachkonzepten zur Unterstützung der Erstellung zuverlässiger Softwaresysteme im Vordergrund.
Bei der Programmierung kommt es weniger darauf an, irgendein Programm zu schreiben, das eine gegebene Aufgabe löst. Vielmehr muss das Programm so geschrieben sein, dass es verständlich und damit wartbar ist, und es muss auch an neue Anforderungen leicht anpassbar sein. Daher ist es wichtig, die für die Problemstellung geeigneten Programmiersprachen und Sprachkonstrukte zu verwenden. Leider gibt es nicht die für alle Probleme gleich gut geeignete, universelle Programmiersprache. Daher ist es wichtig zu wissen, welche Sprachkonzepte für welche Problemstellungen geeignet sind. Diese Vorlesung soll hierzu einen Beitrag leisten, indem ein Überblick über wichtige Sprachkonzepte moderner Programmiersprachen gegeben wird. Dadurch werden die Studierenden in die Lage versetzt, sich einerseits schnell in unbekannte Programmiersprachen einzuarbeiten (da viele Konzepte in den verschiedenen Sprachen immer wieder vorkommen), andererseits sollen sie verschiedene Sprachen und Sprachkonzepte in Hinblick auf ihre Eignung für ein Softwareproblem kritisch beurteilen können.
Dieses Skript ist eine überarbeitete Fassung der Mitschrift, die ursprünglich von Jürgen Rienow im WS 2002/2003 in LaTeX gesetzt wurde. Ich danke Jürgen Rienow für die erste LaTeX-Vorlage und Björn Peemöller, Fabian Reck und Christoph Wulf für Korrekturen.

Kiel, Februar 2014 — Michael Hanus

P. S.: Wer in diesem Skript keine Fehler findet, hat sehr unaufmerksam gelesen. Ich bin für alle Hinweise auf Fehler dankbar, die mir persönlich, schriftlich oder per E-Mail mitgeteilt werden.

Inhaltsverzeichnis

1 Einführung **1**
1.1 Berechnungsmodelle . . . 1
1.2 Programmierparadigmen . . . 2
1.3 Eigenschaften von Programmiersprachen . . . 3
1.4 Ziele und Inhalte der Vorlesung . . . 5

2 Grundlagen **6**
2.1 Beschreibung der Syntax . . . 6
2.2 Methoden zur Semantikbeschreibung . . . 8
2.3 Bindungen und Blockstruktur . . . 19

3 Imperative Programmiersprachen **23**
3.1 Variablen . . . 23
3.2 Standarddatentypen . . . 28
3.3 Kontrollabstraktionen . . . 37
3.4 Prozeduren und Funktionen . . . 42
3.5 Ausnahmebehandlung . . . 51

4 Sprachmechanismen zur Programmierung im Großen **55**
4.1 Module und Schnittstellen . . . 55
4.2 Klassen und Objekte . . . 58
4.3 Vererbung . . . 66
4.4 Schnittstellen . . . 70
4.5 Generizität . . . 73
4.6 Pakete (packages) . . . 74

5 Funktionale Programmiersprachen **75**
5.1 Syntax funktionaler Programmiersprachen . . . 78
5.2 Operationale Semantik . . . 83
5.3 Funktionen höherer Ordnung . . . 93
5.4 Typsysteme . . . 97
5.5 Funktionale Konstrukte in imperativen Sprachen . . . 103

6 Logische Programmiersprachen **110**
6.1 Einführung . . . 110
6.2 Operationale Semantik . . . 113
6.3 Erweiterungen von Prolog . . . 119

6.4 Datenbanksprachen 126

7 Sprachkonzepte zur nebenläufigen und verteilten Programmierung 128
7.1 Grundbegriffe und Probleme 128
7.2 Sprachkonstrukte zum gegenseitigen Ausschluss 132
7.3 Nebenläufige Programmierung in Java 139
7.4 Synchronisation durch Tupelräume 144
7.5 Nebenläufige logische Programmierung: CCP 147
7.6 Nebenläufige funktionale Programmierung 149

8 Ausblick 154

Index 157

1 Einführung

In diesem einführenden Kapitel wollen wir einige grundlegende Begriffe im Zusammenhang mit dieser Vorlesung erläutern. Eine **Programmiersprache** ist eine Notation für Programme, d. h. eine (formale) Beschreibung für Berechnungen. In diesem Sinn ist ein **Programm** eine Spezifikation einer Berechnung und die **Programmierung** ist die Formalisierung von Algorithmen und informellen Beschreibungen.

1.1 Berechnungsmodelle

Jede Programmiersprache basiert auf einem bestimmten **Berechnungsmodell**, welches beschreibt, wie Programme abgearbeitet werden. Daher können wir Programmiersprachen auch nach diesen Modellen klassifizieren:

Maschinensprachen von Neumann-Rechner (Register, Speicher, ...)

Assembler wie Maschinensprachen, aber

- Abstraktion von Befehlscode (symbolische Namen)
- Abstraktion von Speicheradressen (symbolische Marken)

höhere Programmiersprachen Abstraktion von Maschinen, am Problem orientiert. Die Abstraktionen sind:

- Ausdrücke (mathematische Notation)
- Berechnungseinheiten (Prozeduren, Objekte, ...)

imperative Programmiersprachen

- Berechnung ≈ Folge von Zustandsänderungen.
- Zustandsänderung ≈ Zuweisung, Veränderung einer Speicherzelle (immer noch von-Neumann-Rechner!)

funktionale Programmiersprachen

- Programm ≈ Menge von Funktionsdefinitionen
- Berechnung ≈ Ausrechnen eines Ausdrucks

logische Programmiersprachen

- Programm ≈ Menge von Relationen
- Berechnung ≈ Beweisen einer Formel

Nebenläufige Programmiersprachen

- Programm ≈ Menge von Prozessen, die miteinander kommunizieren
- Berechnung ≈ Kommunikation, Veränderung der Prozessstruktur

1.2 Programmierparadigmen

Ein **Programmierparadigma** bestimmt die Art der Programmierung bzw. der Programmstrukturierung. Häufig wird das Programmierparardigma bereits durch die verwendete Programmiersprache bestimmt (z. B. imperatives, funktionales oder logisches Programmierparadigma). Aber ein Programmierparadigma ist nicht zwangsläufig an eine bestimmte Programmiersprache gebunden, es ist auch möglich

- funktional in einer imperativen Programmiersprache zu programmieren, oder
- imperativ in einer funktionalen/logischen Programmiersprache zu programmieren (und Zustände als Parameter durchzureichen).

Neben diesen drei genannten existieren noch einige weitere bekannte Programmierparadigmen:

Strukturierte Programmierung (Pascal)

- Zusammenfassen von Zustandsübergangsfolgen zu Prozeduren
- keine Sprünge („gotos considered harmful“ (Dijkstra, 1968)), sondern nur: Zuweisung, Prozeduraufrufe, bedingte Anweisung, Schleifen, teilweise Ausnahmebehandlung

Modulare Programmierung (Modula-x, Ada)

- Programm ≈ Menge von Modulen
- Modul ≈ Schnittstelle und Implementierung
- Benutzung eines Moduls ≈ Benutzung der Schnittstellenelemente

Objektorientierte Programmierung (Simula, Smalltalk, C++, Eiffel, Java)

- Programm: Menge von Klassen ≈ Schema für Objekte
- Objekte: Zustand und Prozeduren (≈ Modul)
- Berechnung: Nachrichtenaustausch zwischen Objekten (≈ Prozeduraufruf)

Üblicherweise werden bei der Programmierung in einer Programmiersprache mehrere Paradigmen kombiniert, beispielsweise die imperative und objektorientierte Pogrammierung bei Java.

1.3 Eigenschaften von Programmiersprachen

1.3.1 Elemente von Programmiersprachen

Syntax Beschreibung (einer Obermenge) der zulässigen Zeichenfolgen, meistens durch reguläre Ausdrücke und kontextfreie Grammatiken

Semantik Beschreibung der Bedeutung von Zeichenfolgen; diese kann weiter unterschieden werden in die

statische Semantik Eigenschaften von Programmen, die unabhängig von der Ausführung sind, z. B. Einschränkungen der Syntax:

- „Bezeichner müssen deklariert werden."
- „Bei einer Zuweisung müssen die linke und rechte Seite den gleichen Typ haben."

dynamische Semantik Was passiert bei der Programmausführung?

Pragmatik Anwendungsaspekte der Sprache, die außerhalb der Semantikbeschreibung liegen, z. B.

- Wie werden Gleitpunktzahlen addiert?
- Wie soll man bestimmte Sprachelemente anwenden?

1.3.2 Aspekte von Programmiersprachen

Sprachbeschreibung Die Beschreibung einer Programmiersprache sollte formal sein, damit diese dann eindeutig angewendet werden kann. Meistens ist aber nur die Syntax formal beschrieben, und die Semantik nur informell (umgangssprachlich), was zu Gefahren bei der Verwendung der Sprache führen kann.

Implementierbarkeit Die Programmiersprache sollte einfach zu implementieren sein, dies bedeutet:

- preiswerte Übersetzer (vgl. Ada!)
- schnelle Übersetzer
- geringere Fehleranfälligkeit von Übersetzern
- schnelle Zielprogramme

Anwendbarkeit

- keine ungewohnten Schreib- und Denkweisen
- problemorientierte Programmierung, geringe Rücksicht auf Implementierungsanforderungen (nicht Hardware-orientiert)
- leichte Integration mit „externer Welt" (Betriebssystem, Graphik, Bibliotheken, andere Programme, ...)

Robustheit

- sicherer Programmablauf oder welche Laufzeitfehler können auftreten? (Typprüfung, Speicherverwaltung, ...)
- können Programme robust gemacht werden? (z. B. durch Fehlerbehandlung)

Portabilität

- Laufen die Programme auf vielen Rechnern/Rechnertypen/Betriebssystemen?
- Vermeidung von Rechner/Betriebssystem-spezifischen Konstrukten (I/O, Parallelität)
- besser: Bibliotheken (implementiert auf verschiedenen Rechnern / Betriebssystemen)

Orthogonalität Unabhängigkeit verschiedener Sprachkonstrukte

- wenig Konstrukte
- universell kombinierbar (Beispiel: Typen und Funktionen orthogonal ⇒ keine Restriktionen bei Parameter- / Ergebnistypen)
- einfache (verständliche) Sprache
- einfache Implementierung
- häufig: spezielle Syntax für häufige Kombinationen („syntaktischer Zucker")

1.3.3 Bereitgestellte Konzepte

Im Vergleich zur „nackten" Maschine, also der jeweiligen Maschinensprache, stellen Programmiersprachen die folgenden Konzepte bereit:

Berechnungsmodell: Dies kann wie die zu Grunde liegende Maschine sein, aber auch sehr verschieden davon, wie funktionale, logische oder nebenläufige Sprachen zeigen.

Datentypen und Operationen: Problemorientierte Datentypen, z. B. Zahlen in unterschiedlichen Ausprägungen, Zeichen(-ketten), Felder, Verbünde, ...

Abstraktionsmöglichkeiten: Nicht nur bloße Aneinanderreihung von Grundoperationen (wie z. B. in Assembler), sondern Strukturierung dieser:

- Funktionen: Abstraktion komplexer Ausdrücke
- Prozeduren: Abstraktion von Algorithmen
- Datentypen: Abstraktion komplexer Strukturen
- Objekte: Abstraktion von Strukturen, Zuständen und Operationen

Programmprüfung: Möglichkeiten, bestimmte Eigenschaften des Programms zur Übersetzungszeit zu prüfen und zu garantieren, wie z. B. Initialisierung von Variablen, Typprüfung, Deadlockfreiheit, ...

Eine Anmerkung zur *Effizienz*: Dieser Aspekt steht nicht im Fokus von Hochsprachen, denn es ist klar, dass die Verwendung von Hochsprachen Kosten verursacht (Übersetzungszeit, Laufzeit, Speicherplatz etc.). Diese Kosten werden aber aufgewogen durch die schnellere Programmentwicklung, bessere Wartbarkeit, Zuverlässigkeit und Portabilität von Programmen, die in einer Hochsprache geschrieben werden. Hierzu ein Zitat von Dennis Ritchie, einem der maßgeblichen Entwickler von C und Unix:

> „Auch wenn Assembler schneller ist und Speicher spart, wir würden ihn nie wieder benutzen."

1.4 Ziele und Inhalte der Vorlesung

- Vorstellung wichtiger Sprachkonzepte und Programmierparadigmen:
  - imperative Programmiersprachen
  - Konzepte zur Programmierung im Großen
  - funktionale Programmiersprachen
  - logische Programmiersprachen
  - nebenläufige und verteilte Programmierung
- multilinguales Programmieren
- einfaches Erlernen neuer Programmiersprachen
- kritische Beurteilung von Programmiersprachen hinsichtlich ihrer Eignung für bestimmte Anwendungen
- eigener Sprachentwurf („special purpose language"/„domain-specific languages")

2 Grundlagen

In diesem Kapitel behandeln wir einige Grundlagen, die für alle höheren Programmiersprachen relevant sind.

2.1 Beschreibung der Syntax

Die üblichen Formalismen zur Beschreibung der Syntax von Programmiersprachen sind *formale Grammatiken*:

- Reguläre Grammatiken für die Grundsymbole wie z. B. Zahlen, Bezeichner, Schlüsselwörter, ...
- Kontextfreie Grammatiken für komplexe Strukturen (Klammerstrukturen, Blöcke)
- Kontextabhängigkeiten werden häufig in der statischen Semantik festgelegt (informell oder mittels Inferenzsystemen)

Zur textuellen Notation von Grammatiken wird überwiegend die erweiterte Backus-Naur-Form (EBNF) benutzt. Daher definieren wir zunächst die Backus-Naur-Form (BNF), die erstmals für die Beschreibung von Algol-60 verwendet wurde.

Definition 2.1 (BNF (Backus-Naur-Form))**.** *Die* Backus-Naur-Form (BNF) *enthält folgende Metasymbole:*

- *“`::=`” definiert Regeln für Nichtterminalsymbole*
- *“`|`” Regelalternative*
- *“<. . .>” Nichtterminalsymbole*

Alles andere sind Terminalsymbole (die manchmal auch durch Fettdruck oder Unterstreichen gekennzeichnet werden).

Beispiel 2.1 (Grammatik für Ausdrücke)**.**

```
<exp>    ::= <number> | <id> | <exp> <op> <exp> | ( <exp> )
<op>     ::= + | - | * | /
<id>     ::= <letter> | <id> <letter> | <id> <digit>
<number> ::= <digit> | <number> <digit>
<letter> ::= a | b | c | ... | z
<digit>  ::= 0 | 1 | 2 | ... | 9
```

Definition 2.2 (EBNF (Erweiterte Backus-Naur-Form))**.** *Die* erweiterte Backus-Naur-Form (EBNF) *unterscheidet sich von der BNF wie folgt:*

- *Nichtterminalzeichen beginnen mit Großbuchstaben*
- *Terminalzeichen werden mit einfachen Anführungszeichen quotiert (z. B.* `'+'`*) oder ohne weitere Angaben direkt notiert, wenn eine Verwechslung mit andere Symbolen ausgeschlossen ist.*
- *Metasymbole:*
  - *"*`::=`*", "*`|`*" wie in BNF*
  - *"*`(...)`*": Gruppierung von Grammatikelementen*
  - *"*`{...}`*": beliebig viele Vorkommen, auch 0 Mal*
  - *"*`[...]`*": optionales Vorkommen, d. h. 0 oder 1 Mal*

Beispiel 2.2 (EBNF-Grammatik für Ausdrücke)**.**

```
Exp    ::= Number | Id | Exp Op Exp | '(' Exp ')'
Op     ::= + | - | * | /
Id     ::= Letter { Letter | Digit }
Number ::= Digit { Digit }
```

Ein Problem von Grammatiken ist jedoch die mögliche Mehrdeutigkeit der Strukturbäume bzw. Ableitungen. Wir betrachten hierzu den vereinfachten Ableitungsbaum für den Ausdruck "`2 * 3 + v`":

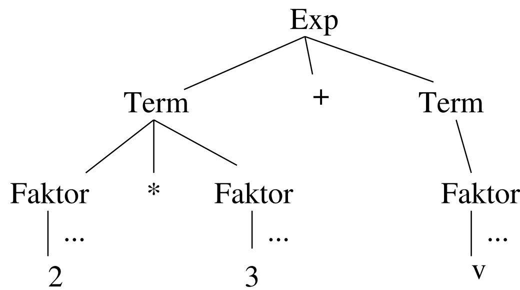
Semantisch ist der Unterschied zwischen beiden Bäumen relevant, daher ist eine Auflösung der Mehrdeutigkeiten notwendig. Dieses kann geschehen durch:

- Eindeutige Grammatiken ($LL(k)$-, $LR(k)$-Grammatiken, vgl. Compilerbau).

  Beispiel 2.3 (Eindeutige Grammatik)**.** Unsere Grammatik für Ausdrücke kann wie folgt in eine eindeutige Grammatik umgewandelt werden:

  ```
  Exp    ::= Term   { ( + | - ) Term }
  Term   ::= Faktor { ( * | / ) Faktor }
  Faktor ::= '(' Exp ')' | Number | Id
  ```

  Nun ergibt sich der folgende (vereinfachte) Ableitungsbaum für "`2 * 3 + v`":



- Prioritätsregeln („Punktrechnung vor Strichrechnung“)
  - spezielle „Operatorpräzedenzgrammatiken“
  - Transformation von Grammatiken, um Prioritäten zu codieren (s. o.)
  - in statischer Semantik auflösen

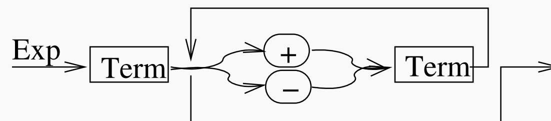
Eine weitere Darstellung für Grammatiken sind Syntaxdiagramme, mit denen Regeln für Nichtterminale graphisch dargestellt werden.

Definition 2.3 (Syntaxdiagramm)**.** *Ein **Syntaxdiagramm** ist eine graphische Darstellung kontextfreier Grammatiken. Es besteht aus folgenden Elementen:*

- *ein gerichteter Graph für jedes Nichtterminal*
- *eckige Box: Nichtterminalsymbol*
- *runde Box: Terminalsymbol*

Eine Ableitung für ein Nichtterminalsymbol ergibt sich durch einen Graphdurchlauf von links nach rechts.

Beispiel 2.4 (Syntaxdiagramm für das Nichtterminal `Exp`)**.**



2.2 Methoden zur Semantikbeschreibung

Bei der Semantikbeschreibung geht es darum, die Bedeutung der syntaktischen Konstrukte zu beschreiben. Bei informellen oder umgangssprachliche Beschreibungen besteht oftmals das Problem der Eindeutigkeit, daher ist eine *formale Beschreibung* der Semantik wünschenswert. Hierbei gibt es z.B. folgende Methoden:

axiomatische Semantik: Angabe von Vor-/Nachbedingungen für jedes Konstrukt der Programmiersprache (Hoare-Logik)

denotationelle Semantik: Abbildung: syntaktisches Konstrukt $\mapsto$ semantisches Objekt

operationale Semantik: Erstellung eines Modells des Berechnungsraumes und darauf basierende formale Beschreibung der Berechnungsabläufe

Die ersten beiden Methoden behandeln wir hier nicht weiter (vgl. dazu die Vorlesung „Semantik von Programmiersprachen"). Im Folgenden werden wir beispielhaft eine operationale Semantik betrachten.

2.2.1 Strukturierte Operationale Semantik (SOS, (Plotkin, 1981))

Wir betrachten als erstes Beispiel die Beschreibung der Semantik einer einfachen imperativen Sprache, deren Syntax wie folgt definiert ist (das Nichterminalsymbol `S` steht für „Statement"):

```
S ::= skip
   |  Var := Exp
   |  S ; S
   |  if Exp then S else S
   |  while Exp do S
```

Imperative Programme manipulieren Werte von Variablen. Um dies zu beschreiben, benötigen wir einen **Zustand**, der als Abbildung $\sigma : Var \to Int \cup Bool \cup ...$ jeder Variablen einen Wert zuweist.
Ein **Berechnungsschritt** arbeitet die Anweisungen schrittweise ab und manipuliert dabei den Zustand. Daher können wir einen Berechnungsschritt formal als **Zustandsübergang**

$$\langle S, \sigma \rangle \to \langle S', \sigma' \rangle$$

beschreiben.
Eine **Berechnung** beginnt in einem **Startzustand** (S ist das abzuarbeitende Programm)

$$\langle S, \sigma_{initial} \rangle$$

und endet in einem **Endzustand**

$$\langle \texttt{skip}, \sigma \rangle$$

Wir beschreiben die Zustandsübergangsrelation „$\to$" über den Aufbau von S (aus diesem Grund nennt man diese Form auch *strukturierte* operationale Semantik). Hierbei nehmen wir an, dass wir eine **Interpretationsfunktion** I zum Ausrechnen von Ausdrücken in einem Zustand haben, d. h. der *Wert eines Ausdrucks e in einem gegebenen Zustand σ* wird mit

$$I[\![e]\!]\sigma$$

bezeichnet. Die genaue Definition von I erfolgt später.

Transitionsaxiome und -regeln zur Interpretation von Anweisungen

- Axiom zur Abarbeitung einer *Zuweisung*:

$$\langle v := e, \sigma \rangle \rightarrow \langle \texttt{skip}, \sigma[v/I[\![e]\!]\sigma] \rangle$$

Hierbei wird durch die Notation $\sigma[v/w]$ die *Abänderung* einer Funktion σ an der Stelle v bezeichnet, d. h. dies ist eine neue Funktion, die wie folgt definiert ist:

$$\sigma[v/w](x) = \begin{cases} w & \text{falls } x = v, \\ \sigma(x) & \text{sonst.} \end{cases}$$

- Axiom und Regel zur Abarbeitung einer *Sequenz von Anweisungen*:

$$\langle \texttt{skip}; S, \sigma \rangle \rightarrow \langle S, \sigma \rangle$$

$$\frac{\langle S_1, \sigma \rangle \rightarrow \langle S_2, \sigma' \rangle}{\langle S_1; S, \sigma \rangle \rightarrow \langle S_2; S, \sigma' \rangle}$$

Folglich hat die Anweisung `skip` keine Wirkung und bei einer Sequenz muss erst die linke Anweisung abgearbeitet werden.

- Axiome zur Abarbeitung einer *bedingten Anweisung*:

$$\langle \text{if } b \text{ then } S_1 \text{ else } S_2, \sigma \rangle \rightarrow \langle S_1, \sigma \rangle \qquad \text{falls } I[\![b]\!]\sigma = true$$

$$\langle \text{if } b \text{ then } S_1 \text{ else } S_2, \sigma \rangle \rightarrow \langle S_2, \sigma \rangle \qquad \text{falls } I[\![b]\!]\sigma = false$$

- Axiome zur Abarbeitung einer *Schleife*:

$$\langle \text{while } b \text{ do } S, \sigma \rangle \rightarrow \langle S; \text{while } b \text{ do } S, \sigma \rangle \qquad \text{falls } I[\![b]\!]\sigma = true$$

$$\langle \text{while } b \text{ do } S, \sigma \rangle \rightarrow \langle \texttt{skip}, \sigma \rangle \qquad \text{falls } I[\![b]\!]\sigma = false$$

Damit können wir eine **Berechnung** bezüglich eines Programms S_0 und einem Anfangszustand σ_0 als Folge

$$\langle S_0, \sigma_0 \rangle \rightarrow \langle S_1, \sigma_1 \rangle \rightarrow \langle S_2, \sigma_2 \rangle \rightarrow \ldots$$

definieren, wobei jeder einzelne Schritt $\langle S_i, \sigma_i \rangle \rightarrow \langle S_{i+1}, \sigma_{i+1} \rangle$ aus den obigen Axiomen und Regel folgt. Wir sprechen von einer **terminierenden Berechnung**, falls ein i existiert mit $S_i = \texttt{skip}$, ansonsten ist die Berechnung **nichtterminierend** (umgangssprachlich auch als „Endlosschleife“ bezeichnet).

2.2.2 Exkurs: Inferenzsysteme

Die obige operationale Semantik wurde durch Axiome und Regeln, d. h. ein *Inferenzsystem* definiert. Da Inferenzsysteme ein zentrales Mittel zur Beschreibung der statischen und dynamischen Semantik von Programmiersprachen sind, ist es wichtig, deren Bedeutung genau zu verstehen. Aus diesem Grund wiederholen wir an dieser Stelle aus der Logik die Begriffe der Inferenzsysteme und Ableitbarkeit.

Definition 2.4 (Inferenzsystem)**.** *Ein* ***Inferenzsystem (Deduktionssystem, Kalkül)*** *ist ein Paar $IR = (BL, R)$ mit*

- *BL (base language): Sprache, d. h. Menge von zulässigen Sätzen über einem bestimmten Alphabet*
- *$R = \{R_i\}_{i \in I}$ (I Indexmenge) ist eine Familie von Mengen $R_i \subseteq BL^{n_i}$ mit $n_i > 0$ (d. h. n_i-fache kartesische Produkte), wobei wir die beiden folgenden grundlegenden Klassen unterscheiden:*
  - *$n_i = 1$: Dann heißt R_i* ***Axiomenschema***
  - *$n_i > 1$: Dann heißt R_i* ***Regel- oder Inferenzschema****. Statt $(S_1, \ldots, S_{n_i}) \in R_i$ schreiben wir auch:*

    $$\frac{S_1 \ldots S_{n_i - 1}}{S_{n_i}}$$

    Dies wird auch gelesen als „aus $S_1 \ldots S_{n_i-1}$ folgt S_{n_i}“.

Definition 2.5 (Ableitbare Sätze)**.** *Die Menge aller* Folgerungen *oder* beweisbaren/ ableitbaren Sätze *bzgl. eines Inferenzsystems IR ist die kleinste Menge F mit:*

- *Ist R_i ein Axiomenschema und $S \in R_i$, dann ist $S \in F$.*
- *Ist R_i Inferenzschema und $(S_1, \ldots, S_{n_i}) \in R_i$ und $S_1, \ldots, S_{n_i-1} \in F$, dann ist auch $S_{n_i} \in F$ („falls die Voraussetzungen beweisbar sind, dann ist auch die Folgerung beweisbar“).*

Übliche Einschränkungen für Inferenzsysteme sind:

1. Die Indexmenge I ist endlich (d. h. es gibt nur endliche viele Schemata).
2. Jedes R_i ist entscheidbar.

Unter diesen Voraussetzungen gilt:

- Die Beweise sind effektiv überprüfbar (d. h. es ist entscheidbar, ob ein Beweis für eine Folgerung richtig ist).
- Die Menge aller Folgerungen ist aufzählbar.

Es ist allerdings in der Regel nicht entscheidbar, ob ein Satz aus dem Inferenzsystem ableitbar ist.

Beispiel 2.5 (SOS als Inferenzsystem)**.** Wir schauen uns noch einmal die oben angegebene Definition für die operationale Semantik imperativer Programme an. Diese Definition wird als Inferenzsystem wie folgt interpretiert:

- BL enthält Sätze der Form

  $$\langle S_1, \sigma_1 \rangle \rightarrow \langle S_2, \sigma_2 \rangle$$

  wobei S_1, S_2 aus dem Nichtterminal `S` ableitbar ist und σ_1, σ_2 textuelle Darstellungen von Zuständen sind.

- Axiomenschema: Betrachte z. B. das Schema

$$\langle \texttt{skip}; S, \sigma\rangle \to \langle S, \sigma\rangle$$

Hierbei sind S und σ *Schemavariablen*, d. h. sie stehen für die Menge der Anweisungen und Zustände.

- Ein Regelschema ist z. B. bei der Sequenz zu finden:

$$\frac{\langle S_1, \sigma\rangle \to \langle S_2, \sigma'\rangle}{\langle S_1; S, \sigma\rangle \to \langle S_2; S, \sigma'\rangle}$$

Hier sind $S_1, S_2, S, \sigma, \sigma'$ Schemavariablen.

Somit ist unsere Schreibweise von Axiomen und Regeln nur eine endliche, kompakte Darstellung für eine unendliche Menge von Axiomen und Regeln. Daher werden diese auch Schemata genannt.

Behauptung: Wir wollen zeigen, dass

$$\begin{aligned}\langle \texttt{x:=1; y:=2}, \{\}\rangle &\to \langle \texttt{skip; y:=2}, \{\texttt{x} \mapsto 1\}\rangle \\ &\to \langle \texttt{y:=2}, \{\texttt{x} \mapsto 1\}\rangle \to \langle \texttt{skip}, \{\texttt{x} \mapsto 1, \texttt{y} \mapsto 2\}\rangle\end{aligned}$$

eine korrekte Berechnung ist.

Beweis: Es gilt: $\langle \texttt{x:=1}, \{\}\rangle \to \langle \texttt{skip}, \{\texttt{x} \mapsto 1\}\rangle$ ist ein Axiom, also ableitbar. Die Anwendung der Regel mit diesem ableitbaren Satz als Voraussetzung ergibt:

$$\langle \texttt{x:=1; y:=2}, \{\}\rangle \to \langle \texttt{skip; y:=2}, \{\texttt{x} \mapsto 1\}\rangle$$

ist ableitbar. Damit ist der erste Schritt korrekt. Der zweite Schritt

$$\langle \texttt{skip; y:=2}, \{\texttt{x} \mapsto 1\}\rangle \to \langle \texttt{y:=2}, \{\texttt{x} \mapsto 1\}\rangle$$

ist ein Axiom und damit auch korrekt. Der dritte Schritt

$$\langle \texttt{y:=2}, \{\texttt{x} \mapsto 1\}\rangle \to \langle \texttt{skip}, \{\texttt{x} \mapsto 1, \texttt{y} \mapsto 2\}\rangle$$

ist ebenfalls ein Axiom und damit auch korrekt.

2.2.3 Interpretation von Ausdrücken

In der obigen Beschreibung der Semantik von Anweisungen ist die Interpretation von Ausdrücken, d. h. die Definition bzw. Berechnung von $I[\![e]\!]\sigma$ noch offen. Aus diesem Grund definieren wir nun die Interpretation von Ausdrücken präzise mittels eines Inferenzsystems.
Die Struktur der Basissprache dieses Inferenzsystems ist etwas anders als bei Anweisungen, da wir hier nicht an den einzelnen Schritten interessiert sind, sondern nur an dem

Wert eines Ausdrucks. Aus diesem Grund verwenden wir eine Form, die auch als „**Natürliche Semantik**“ (natural semantics) bezeichnet wird. Eine Semantikbeschreibung in der Form der natürlichen Semantik basiert auf folgenden Ideen:

- Die Basissprache hat die Form $\sigma \vdash e : v$ („im Zustand σ hat e den Wert v“).
- Somit erfolgt eine direkte Zuordnung des vollständigen Ergebnisses der Berechnung (im Gegensatz zur Semantik von Anweisungen, wo die einzelnen Schritte zu einer Berechnungssequenz kombiniert werden müssen).
- Die Definition erfolgt über den syntaktischen Aufbau von e.

Wir betrachten die folgende Syntax für Ausdrücke (die konkrete Syntax wird hier zu einer „abstrakten Syntax“ vereinfacht, was eine übliche Methode ist):

```
Exp ::= Number
     |  Var
     |  Exp Op Exp
```

Hierbei ist `Number` eine Zahl, `Var` eine Variable und `Op` $\in \{\texttt{+}, \texttt{*}\}$.
Die Definition der Semantik der Ausdrücke erfolgt durch ein Inferenzsystem. Die Basissprache ist dabei $\sigma \vdash e : v$, wobei e aus `Exp` ableitbar ist, σ ist die textuelle Repräsentation eines Zustandes, und v ist ein Wert (eine Zahl).

$$\sigma \vdash n : n \qquad \text{wobei } n \text{ eine Zahl ist}$$

$$\sigma \vdash x : \sigma(x) \qquad \text{wobei } x \text{ eine Variable ist}$$

$$\frac{\sigma \vdash e_1 : v_1 \quad \sigma \vdash e_2 : v_2}{\sigma \vdash e_1 \texttt{ + } e_2 : v_1 + v_2}$$

$$\frac{\sigma \vdash e_1 : v_1 \quad \sigma \vdash e_2 : v_2}{\sigma \vdash e_1 \texttt{ * } e_2 : v_1 \cdot v_2}$$

Hierbei ist zu beachten, dass in der Basissprache vor dem “:” ein Ausdruck und dahinter eine Zahl steht. Dies bedeutet, dass in der Inferenzregel für die Addition bei $\sigma \vdash e_1 \texttt{ + } e_2 : v_1 + v_2$ das erste Plussymbol “+” ein syntaktisches Symbol ist, während das zweite Plussymbol “$+$” für die mathematische Funktion steht, die an dieser Stelle ausgerechnet werden muss. Dies gilt ebenso für die Multiplikationsregel, wo zur Verdeutlichung unterschiedliche Symbole gewählt wurden. Zum Beispiel ist

$$\frac{\{\} \vdash \texttt{2 * 3} : 6 \quad \{\} \vdash \texttt{3} : 3}{\{\} \vdash \texttt{2 * 3 + 3} : 9}$$

eine Beispielinstanz der Multiplikationsregel. Wenn wir „$6 + 3$“ an Stelle der „9“ geschrieben hätten, wäre dies keine korrekte Regelinstanz, da der Ausdruck „$6 + 3$“ keine Zahl ist!

Der Vorteil dieses Inferenzsystems ist die leichte Erweiterbarkeit auf komplexere Formen von Ausdrücken. Als Beispiel betrachten wir die Erweiterung um lokale Bindungen, z. B. in Form von `let`-Ausdrücken. Wir erweitern hierzu die Syntax um

```
Exp ::= ...
     |  let Var = Exp in Exp
```

wobei `Var` eine Variable ist.
Die Bedeutung von `let`-Ausdrücken kann durch eine weitere Inferenzregel festgelegt werden:

$$\frac{\sigma \vdash e_1 : v_1 \quad \sigma[x/v_1] \vdash e_2 : v_2}{\sigma \vdash \texttt{let } x \texttt{ = } e_1 \texttt{ in } e_2 : v_2}$$

Diese Regel beschreibt, dass der Wert von x nur lokal gültig in e_2 ist. Zum Beispiel ist

$$\{x \mapsto 6\} \vdash \texttt{let x = 2 + 2 in x * x} : 16$$

ableitbar, aber nicht mit dem Ergebnis 36 statt 16. Nun können wir die Interpretation von Ausdrücken wie folgt definieren:

$$\text{Es gilt } I[\![e]\!]\sigma, \text{ falls } \sigma \vdash e : v \text{ ableitbar ist.}$$

Man beachte, dass man bei der Sprachdefinition auch mehrere Inferenzsysteme für verschiedene Aspekte oder Sprachanteile benutzen kann. In der Regel ist das jeweilige zu benutzende Inferenzsystem an der Form der abzuleitenden Sätze, d. h. der Basissprache, erkennbar.

2.2.4 Datentypen

In der bisherigen Semantik imperativer Programme ist noch die Bedeutung der Basistypen (z. B. `Int`, `Bool`) und ihrer Operationen offen, d. h. es ist noch nicht genau spezifiziert, wie die semantischen Operationen o in "$\sigma \vdash e_1 \; op \; e_2 : v_1 \; o \; v_2$" definiert sind. Eine Methode zur *implementierungsunabhängigen* Spezifikation von Datentypen und ihren Operationen sind *abstrakte Datentypen.* „Abstrakt“ bedeutet hierbei, dass die Implementierung nicht festgelegt ist, sondern nur die Bedeutung der Operationen ist wichtig ist.

Definition 2.6 (Abstrakter Datentyp (ADT))**.** *Ein* ADT *besteht aus einer **Signatur** Σ, die eine Menge von **Operatoren** $f : \tau_1, \ldots, \tau_n \to \tau \in \Sigma$ ist, wobei $n \geq 0$ und $\tau, \tau_1, \ldots, \tau_n$ Typen sind. Der Operator f bildet Elemente aus $\tau_1, \ldots, \tau_n$ auf ein Element aus τ ab.*
*Ein Spezialfall ergibt sich für $n = 0$: Dann ist $c : \to \tau \in \Sigma$ und wir nennen c eine **Konstante**.*

Beispiel 2.6 (Ein ADT für Wahrheitswerte)**.**

```
datatype Bool
  true, false  :             → Bool
  ¬            : Bool        → Bool
  ∨, ∧         : Bool, Bool  → Bool
  =, ≠ , <, >  : Int, Int    → Bool
end
```

Beispiel 2.7 (Ein ADT für ganze Zahlen)**.**

```
datatype Int
  ..., -2, -1, 0, 1, 2, ... : → Int
  +, -, *, div, mod        : Int, Int → Int
end
```

Nun können wir (wohlgeformte) Ausdrücke über Datentypen definieren. Dazu nehmen wir an, dass X eine Menge getypter Variablen (disjunkt zu Operatoren und Konstanten) ist, d. h. $x : \tau \in X$ bedeutet „x ist Variable vom Typ τ".

Definition 2.7 (Ausdrücke/Terme)**.** *Die Menge aller Ausdrücke/Terme bzgl.* Σ *wird mit* $T(\Sigma, X)$ *bezeichnet. Ein Ausdruck/Term vom Typ* τ *kann Folgendes sein:*

Variable $x \in T(\Sigma, X)$*, falls* $x : \tau \in X$

Konstanten $c \in T(\Sigma, X)$*, falls* $c :\to \tau \in \Sigma$

zusammengesetzter Term $f(t_1, \ldots, t_n) \in T(\Sigma, X)$*, falls* $f : \tau_1, \ldots, \tau_n \to \tau \in \Sigma$ *und* $t_i \in T(\Sigma, X)$ *vom Typ* τ_i *(für alle* $i \in \{1, \ldots, n\}$*)*

Weiterhin bezeichnen wir einen Term ohne Variablen auch als ***Grundterm****.*

Beispiel 2.8 (Terme)**.**
Terme vom Typ `Int`:

$-2 \quad 1 + 3 * 4$ (Infixdarstellung für $+(1, *(3, 4))$) $\quad 3 \text{ mod } x$, falls $x : Int \in X$

Terme vom Typ `Bool`:

`true`   `false` $\vee$ `true` $x \neq 0 \wedge x \neq 1$

Bisher haben wir nur die Syntax von Ausdrücken definiert. Was ist aber die Bedeutung dieser Ausdrücke? Intuitiv sollte $1 + 2$ die gleiche Bedeutung wie 3 haben. Zu diesem Zweck definieren wir die Bedeutung durch Gleichungen, um von einer konkreten Implementierung zu abstrahieren.

Definition 2.8 (Gleichung)**.** *Eine* Gleichung $t_1 = t_2$ *ist ein Paar von Termen gleichen Typs. Falls in einer Gleichung Variablen vorkommen, bezeichnet diese Gleichung ein Schema, das für alle Gleichungen steht, bei denen Variablen durch passende Werte ersetzt werden können (dies bezeichnet man auch als* ***Instanz*** *des Schemas).*

Beispiel 2.9 (Gleichungen)**.**
Gleichungen für Bool (mit $b : Bool \in X$)

$$\begin{aligned} \neg true &= false \\ \neg false &= true \\ true \wedge b &= b \\ false \wedge b &= false \\ true \vee b &= true \\ false \vee b &= b \end{aligned}$$

Gleichungen für Int (mit $x : Int \in X$)

$$\begin{array}{rcl} 0 + x & = & x \\ x + 0 & = & x \\ 1 + 1 & = & 2 \\ 1 + 2 & = & 3 \\ & \vdots & \end{array}$$

Ausrechnen von Gleichheiten Wir stellen die üblichen Gleichungsaxiome als Inferenzregeln dar:

- Reflexivität:

$$x = x$$

- Symmetrie:

$$\frac{x = y}{y = x}$$

- Transitivität:

$$\frac{x = y \quad y = z}{x = z}$$

- Kongruenz:

$$\frac{x_1 = y_1 \quad \dots \quad x_n = y_n}{f(x_1, \dots, x_n) = f(y_1, \dots, y_n)}$$

(für alle Operatoren f)

- Axiom:

$$t_1 = t_2$$

(falls $t_1 = t_2$ Gleichung aus der Spezifikation ist, d. h. Gleichungen des ADTs sind Axiomenschemata)

Beispiel 2.10. Wir wollen zeigen, dass $\neg(true \land false) = true$ ableitbar ist:

$$\frac{\dfrac{true \land false = false \text{ (Axiom)}}{\neg(true \land false) = \neg(false) \text{ (Kongruenz)}} \quad \neg false = true \text{ (Axiom)}}{\neg(true \land false) = true \text{ (Transitivität)}}$$

Somit können wir das **Ausrechnen** von Ausdrücken mit Gleichheitsinferenzen beschreiben. Ein Problem dabei ist, dass es nicht klar ist, was das Berechnungsergebnis sein soll. Zum Beispiel ist auch

$$\neg(true \land false) = \neg(false \land true)$$

ableitbar, wobei intuitiv der Ausdruck nicht ausgerechnet wurde, weil die rechte Seite vereinfacht werden kann. Um „vereinfachte“ Terme zu charakterisieren, definieren wir den Begriff der Konstruktoren.

Definition 2.9 (Konstruktoren)**.** *Eine Menge C von Konstruktoren eines ADTs τ ist eine kleinste Menge C von Operationen mit dem Ergebnistyp τ, sodass für alle Grundterme t vom Typ τ gilt: es existiert ein Grundterm s mit:*

- *$t = s$ ist ableitbar, und*
- *s enthält nur Operationen aus C.*

Beispiel 2.11. Der ADT `Bool` hat die Konstruktoren *true* und *false*.
Der ADT `Int` hat die Konstruktoren . . . , -2, -1, 0, 1, 2, . . .

Für ADTen mit Konstruktoren besitzen wir folgende Intuition:

- Konstruktoren erzeugen Daten
- andere Operationen sind **Selektoren** oder **Verknüpfungen**
- Ausrechnen: Finden eines äquivalenten („gleichen“) Konstruktorterms

Diese Definition ist zwar unabhängig von einer konkreten Implementierung, aber dies ist noch keine konstruktive Rechenvorschrift, denn auf Grund der Definition mit einem Inferenzsystem ist das „Ausrechnen“ nur aufzählbar, aber nicht entscheidbar.

Beispiel 2.12. Listen von ganzen Zahlen

```
datatype IntList
  nil  : → IntList
  cons : Int,IntList → IntList
  head : IntList → Int
  tail : IntList → IntList
  empty: IntList → Bool
equations a:Int, l:IntList
  head(cons(a,l))  =  a
  tail(cons(a,l))  =  l
  empty(nil)       =  true
  empty(cons(a,l)) =  false
end
```

Die Konstruktoren des ADT `IntList` sind `nil` und `cons`. Nach unserer Definition wären formal auch `head` und `tail` Konstruktoren, aber `head(nil)` oder `tail(nil)` wird üblicherweise mit einem Fehler identifiziert und ist daher kein Wert des ADT.

Beispiel 2.13. Listen von Wahrheitswerten: diese könnte man wie `IntList` definieren, wobei überall `Int` durch `Bool` ersetzt wird:

```
datatype BoolList
  nil  : → BoolList
  cons : Bool,BoolList → BoolList
  head : BoolList → Bool
  tail : BoolList → BoolList
```

```
  empty: BoolList → Bool
equations a:Bool, l:BoolList
  head(cons(a,l))  =  a
  tail(cons(a,l))  =  l
  empty(nil)       =  true
  empty(cons(a,l)) =  false
end
```

Wie man hierbei sieht, ist die Definition von Listen unabhängig von der Art der Elemente. Daher ist es sinnvoll, vom Typ der Elemente zu abstrahieren und diesen als Parameter des ADT zuzulassen. In diesem Fall spricht man auch von einem **parametrisierten ADT** $\tau(\alpha_1, \ldots, \alpha_n)$, wobei die Variablen α_i **Typparameter** sind, die in der ADT-Definition anstelle von Typen vorkommen können. Eine **Instanz eines parametrisierten ADTs** wird mit $\tau(\tau_1, \ldots, \tau_n)$ bezeichnet, wobei $\tau_1, \ldots, \tau_n$ Typen sind. Diese Instanz steht für die textuelle Ersetzung jedes α_i durch τ_i in der ADT-Definition.

Beispiel 2.14. Parametrisierte Listen `List(α)`

```
datatype List(α)
  nil  : → List(α)
  cons : α,List(α) → List(α)
  head : List(α) → α
  tail : List(α) → List(α)
  empty: List(α) → Bool
equations a:α, l:List(α)
  head(cons(a,l))  =  a
  tail(cons(a,l))  =  l
  empty(nil)       =  true
  empty(cons(a,l)) =  false
end
```

Damit ist `List(Int)` äquivalent zu obiger Definition von `IntList`.

Datentypen in Programmiersprachen

Allgemein gilt, dass ein Typ in einer Programmiersprache einer Implementierung eines ADTs entspricht. Sind alle Konstruktoren Konstanten, so heißt dieser Typ **Grundtyp**, ansonsten **zusammengesetzter Typ**.
Viele funktionale Programmiersprachen erlauben eine direkte Implementierung vieler ADTen:

- Die Typdefinition erfolgt durch Angabe der Konstruktoren.
- Die Gleichungen können direkt angegeben werden. Dies ist allerdings nur mit folgender Einschränkung möglich: in der linken Seite $f(t_1, \ldots, t_n)$ darf f kein Konstruktor sein und die Terme $t_1, \ldots, t_n$ dürfen nur Konstruktoren oder Variablen enthalten.

Beispiel 2.15. Parametrisierte Listen in Haskell

```
data List a = Nil | Cons a (List a)

empty Nil         = True
empty (Cons x xs) = False

head (Cons x xs) = x

tail (Cons x xs) = xs
```

2.3 Bindungen und Blockstruktur

Programme bestehen aus bzw. manipulieren verschiedene Einheiten (Entitäten), z. B. Variablen, Prozeduren, Klassen, oder Ähnliches. Die konkreten Eigenschaften dieser Programmeinheiten werden durch **Attribute** beschrieben.

Beispiel 2.16. Attribute einzelner Einheiten:

- Variablen: Name, Adresse, Typ, Wert

  Die Adresse ist beispielsweise wichtig für sharing, unter anderem bei `var`-Parametern (Pascal). Zusätzlich könnte z. B. der Gültigkeitsbereich o. ä. auch als Attribut relevant sein.
- Prozeduren: Name, Parametertypen, Übergabemechanismen, ...
- Klassen: Name, Instanzvariablen, Klassenvariablen, Methoden, ...

Die konkrete Zuordnung von Programmeinheiten zu Attributen ist abhängig von der jeweiligen Programmierspreche. Unter einer **Bindung** verstehen wir die Festlegung bestimmter Attribute. Hier gibt es Unterschiede bei konkreten Programmiersprachen:

- Welche Einheiten gibt es?
- Welche Attribute haben diese?
- Wann werden die Attributwerte definiert? (**Bindungszeit**)

Bei der Bindung unterschieden wir die

Statische Bindung Attributwert liegt zur Übersetzungszeit fest (z. B. Typ bei getypter Syntax, Wert bei Konstanten)

Dynamische Bindung Attributwert ist erst zur Laufzeit festgelegt (z. B. Werte von Variablen).

Beachte: statisch/dynamisch kann für jedes Attribut eventuell unterschiedlich sein.

Beispiel 2.17 (Typisierung von Programmiersprachen).

statisch getypte Programmiersprache Typen von Bezeichnern liegen zur Übersetzungszeit fest (z. B. Pascal, Modula, Java).

dynamisch getypte Programmiersprache Typen der Bezeichner werden erst zur Laufzeit bekannt (z. B. Lisp, Prolog, SmallTalk, Skriptsprachen wie Tcl, PHP, Ruby, ...)

ungetypte Programmiersprache Variablen haben kein Attribut „Typ“ (z. B. Assembler, z. T. auch C)

Beispiel 2.18 (Typisierung von Programmiersprachen).

- in Modula-3: `FOR i:=1 TO 10 DO ...`

  Hier hat `i` den Typ `INTEGER`.

- in Scheme: `(define (p x) (display x))`

  Hier ist der Typ von `x` erst zur Laufzeit bekannt, z. B. hat `x` im Aufruf `(p 1)` den Typ `number`, während `x` im Aufruf `(p (list 1 2))` den Typ `list` hat.

- Eine ungetypte Sprache: `x := 65; printchar(x)` $\rightsquigarrow$ kein Typ für `x`

Dynamische Bindungen sind eventuell **veränderbar**:

Definition 2.10 (Seiteneffekt). *Ein* Seiteneffekt *ist die Veränderung einer existierenden Bindung. In einer imperativen Sprache ist dies z. B. die Veränderung von Wertbindungen von Variablen. In deklarativen Sprachen gibt es keine Wertänderung, sie sind* seiteneffektfrei*.*

Definition 2.11 (Gültigkeitsbereich). *Der* Gültigkeitsbereich (scope) *ist eine Folge von Anweisungen/Ausdrücken, in denen Bindungen einer bestimmten Einheit im Programm gültig oder sichtbar sind.*

Beispiel 2.19 (Gültigkeitsbereiche in der Programmiersprache C).

- Prozeduren: im gesamten Programm sichtbar
- Variablen: Unterschied
  - global (im gesamten Programm sichtbar), oder
  - lokal (definiert in Prozedur, auch Parameter, nur dort sichtbar)

Im Gegensatz dazu bieten Algol oder Pascal beliebig verschachtelte Gültigkeitsbereiche.

Definition 2.12 (Block). *Ein* Block *ist eine Folge von Anweisungen/Ausdrücken, in denen lokal deklarierte Einheiten sichtbar sind.*

Beispiel 2.20 (Blöcke)**.** Gesamtprogramm, Prozedurrümpfe, Methodendefinitionen in Klassen, `for`-Schleifen.

Die **Sichtbarkeitsregeln** einer Programmiersprache beschreiben, welche Bindungen wo sichtbar sind. Die übliche Sichtbarkeitsregel ist: Ein Bezeichner x ist sichtbar an einer Stelle, falls x in diesem (lokaler Bezeichner) oder einem umfassenden Block (globaler Bezeichner) vereinbart wurde.

Definition 2.13 (Umgebung)**.** *Die* Umgebung *(an einer Stelle) ist die Menge aller sichtbaren Bezeichner und deren Bindungen.*

Definition 2.14 (Blockstrukturierte Programmiersprache)**.** *Eine Programmiersprache mit einem expliziten oder impliziten Konzept von Blöcken.*

Beispiel 2.21 (Blöcke in Programmiersprachen)**.**
Assembler: keine Blöcke
C: nur 2 Hierarchien
Ada: beliebige Schachtelungen

Beispiel 2.22 (Blöcke in Ada)**.** Diese werden eingeleitet durch `declare`:

```
B: declare a: Real;
           b: Boolean;
   begin
     C: declare b,c: Float;  -- b verdeckt b aus B!
        begin
          c:=a+b;  -- a aus B, b,c aus C
        end C;
     b := (a=3);  -- b aus B
   end B;
```

Prinzip: verwende die innerste umgebende Deklaration eines Bezeichners. Dies erscheint klar bei statischen Blöcken, aber bei Prozeduraufrufen ist dies nicht so einfach. Betrachten wir dazu folgendes Beispiel:

```
declare
  a: Integer;

  procedure p1 is
  begin
    print(a);  -- (*)
  end;

  procedure p2 is
    a: Integer;  -- lokal in p2 deklariert
  begin
```

```
    a:=0;
    p1;
  end;

begin
  a:=42;
  p2;
end;
```

Die Frage ist nun, was an der Stelle `(*)` ausgegeben wird, was gleichbedeutend ist mit der Frage, welche Deklaration von `a` an der Stelle `(*)` im Aufruf von `p1` gemeint ist. Eine eindeutige Antwort ist nicht möglich, denn dies ist abhängig von der Bindungsregel der Programmiersprache. Hier gibt es zwei Möglichkeiten:

Lexikalische (statische) Bindung von Bezeichnern zu den Deklarationen (**lexical/static scoping**): Die Bindung stammt aus der Umgebung, in der diese Prozedur (z. B. `p1`) deklariert ist, d. h. die genaue Bindung ist aus dem Programmtext, also statisch, festgelegt.

$\Rightarrow$ in `(*)` ist mit `a` die äußere Deklaration gemeint: Ausgabe: 42

Dynamische Bindung von Bezeichnern zu den Deklarationen (**dynamic scoping**): Die Bindung stammt aus der Umgebung, in der diese Prozedur aufgerufen wurde, d. h. die genaue Bindung wird erst dynamisch zur Laufzeit festgelegt.

$\Rightarrow$ in `(*)` ist mit `a` die Deklaration in `p2` gemeint: Ausgabe: 0

Die lexikalische Bindung kann wie folgt charakterisiert werden:

- einfacher zu überschauen
- weniger fehleranfällig
- prüfbar durch Compiler
- überwiegend verwendet in Programmiersprachen (Ausnahmen: APL, Snobol-4, Lisp, Emacs-Lisp)

3 Imperative Programmiersprachen

Imperative Programmiersprachen besitzen typischerweise die folgenden fünf Hauptaspekte, die den *Kern jeder imperativen Programmiersprache* bilden.

- Variablen und Zuweisungen
- Standard-Datentypen
- Kontrollabstraktionen
- Prozeduren
- Ausnahmebehandlung

Wir werden diese Aspekte im Folgenden nacheinander betrachten. Als Programmiersprache für konkrete Beispiele verwenden wir die Sprache `Java`, sofern dies nicht anders angegeben ist.

3.1 Variablen

Im imperativen Programmiersprachen (Achtung: dies ist in funktionalen oder logischen Programmiersprachen anders!) sind **Variablen** Behälter ($\approx$ Speicherzelle), die Werte aufnehmen können. Insbesondere kann man Werte auslesen und **verändern**.
Auf Grund dieser Überlegungen könnte man Variablen als Exemplare des folgenden ADTs modellieren, der insbesondere definiert, dass einmal überschriebene Werte nicht wieder gelesen werden können (der Parameter α definiert den Typ der Werte, den die Variable aufnehmen kann):

```
datatype Variable(α)
  new   : → Variable(α)
  write : α,Variable(α) → Variable(α)
  read  : Variable(α) → α
equations a,b:α, v:Variable(α)
  write(a, write(b,v)) = write (a,v)
  read(write(a,v))     = a
end
```

Die erste Gleichung beschreibt, dass alte Werte einer Variablen überschrieben werden. Diese Modellierung ist allerdings unzureichend, da in vielen Programmiersprachen die Referenz auf Variablen wichtig ist (z. B. bei Zeigern oder `var`-Parametern von Prozeduren). Aus diesem Grund wählen wir folgendes Variablenmodell:

Definition 3.1 (Variable)**.** *Eine* Variable *ist ein Tripel (Referenz, Typ, Wert), wobei* Referenz *die Bezeichnung für den Behälter der Variablen,* Typ *der Typ der Inhalte des Behälters und* Wert *der eigentliche Inhalt sind.*
Die Bindung eines Namens an eine Variable entspricht dann der Bindung des Variablennamens an ein solches Tripel.

Beispiel 3.1 (Variable)**.** Betrachte die Variablendeklaration

```
int i;
```

Effekt: Der Name `i` wird z. B. gebunden an das Tripel `(ref99, int, ?)`, wobei `ref99` eine eindeutige (neue) Referenz ist. `?` ist bei C undefiniert, aber bei Java der Wert 0.

3.1.1 Operationales Modell imperativer Sprachen

Wir wollen nun ein präzises operationales Modell für imperative Sprachen angeben, das insbesondere den Referenzaspekt von Variablen genau modelliert. Zu diesem Zweck müssen wir zwei Arten von Bindungen, die bei Variablen in imperativen Sprachen relevant sind, modellieren:

1. Name $\mapsto$ (Referenz,Typ): Diese Bindungen werden in einer **Umgebung** aufgesammelt.
2. Referenz $\mapsto$ Wert: Diese Bindungen werden in einem **Speicher** aufgesammelt.

Wir modellieren dies daher wie folgt:

- **Umgebung** E: Dies ist eine Liste von Paaren $x : (ref, typ)$, wobei x ein Name ist (später werden auch noch anderen Arten von Bindungen hinzugefügt).
- **Speicher** M: Dies ist eine Abbildung

  $$\text{Referenzen} \rightarrow Int \cup Bool \cup \ldots$$

  wobei Referenzen den Speicheradressen entsprechen (z. B. $\mathbb{N}$) und der Zielbereich die Menge aller möglichen Werte ist.

Die wichtigste Grundoperation auf einer Umgebung ist das *Auffinden von Bindungen*, das wir durch folgendes Inferenzsystem definieren:
Axiom:

$$E; x : \beta \vdash^{lookup} x : \beta$$

(hierbei bezeichnet ";" die Listenkonkatenation)
Regel:

$$\frac{E \vdash^{lookup} x : \beta}{E; y : \gamma \vdash^{lookup} x : \beta} \qquad \text{falls } x \neq y$$

Hierdurch modellieren wir die Suche nach dem letzten Eintrag, d. h. die Umgebung wird als Stack verwaltet.
Imperative Sprachen basieren auf folgendem Verarbeitungsprinzip:

- Deklarationen verändern die Umgebung
- Anweisungen verändern den Speicher

Um dieses Prinzip durch ein Inferenzsystem zu beschreiben, wählen wir die folgende *Basissprache zur Beschreibung von Deklarationen und Anweisungen*:

$$\langle E \mid M \rangle \; \alpha \; \langle E' \mid M' \rangle$$

Falls ein solches Element ableitbar ist, interpretieren wir dies wie folgt: durch Abarbeitung von α wird die Umgebung E in E' und der Speicher M in M' überführt.

Beispiel 3.2 (Deklarationen ganzzahliger Variablen in Java)**.**

$$\langle E \mid M \rangle \; \texttt{int x} \; \langle E; x : (l, int) \mid M[l/0] \rangle \qquad \text{mit } l \in free(M)$$

Dieses Axiom ist intuitiv wie folgt zu interpretieren:
erzeuge eine *neue* Bindung für x mit Referenz l

- l („location“) ist eine freie Speicherzelle, d. h. die *Menge aller freien Speicherzellen* $free(M)$ ist wie folgt definiert:

$$free(M) = \{l \mid l \text{ ist Referenz} \wedge M(l) \text{ ist undefiniert}\}$$

- initialisiere Wert von `x` mit 0

Analog funktioniert die Deklaration boolescher Variablen:

$$\langle E \mid M \rangle \; \texttt{boolean x} \; \langle E; x : (l, boolean) \mid M[l/false] \rangle \qquad \text{mit } l \in free(M)$$

In diesen Regeln haben wir festgelegt, dass Variablenwerte initialisiert werden. Manche Programmiersprachen lassen diese Initialisierung offen, was aber problematisch ist, denn dadurch können sich Programme in mehreren Läufen nichtdeterministisch verhalten, fehlerhafte Zeiger existieren, und ähnliches. Um dies zu vermeiden, ist manchmal auch eine *Deklaration mit Initialisierung* möglich, die wir wie folgt beschreiben können:

$$\langle E \mid M \rangle \; \texttt{int x =} \, n \; \langle E; x : (l, int) \mid M[l/n] \rangle$$

wobei n eine Zahl und $l \in free(M)$ ist.
Beim Umgang mit Variablen ist es wichtig zu unterscheiden zwischen

- der Referenz (Behälter, **L-Wert, l-value**), und
- dem aktuellen Wert (**R-Wert, r-value**)

der Variablen. Dies ist auch relevant bei der Parameterübergabe bei Prozeduren. L/R bezieht sich dabei auf die Seiten einer Zuweisung.
Da nicht alle Ausdrücke einen L-Wert haben, wohl aber einen R-Wert, benötigen wir unterschiedliche Inferenzsysteme zum Ausrechnen von L/R-Werten. Die Berechnung von

R-Werten kann analog zur Wertberechnung von Ausdrücken (vgl. Kapitel 2.2.3) erfolgen, wobei wir hier nur noch das Nachschlagen von Variablendeklarationen berücksichtigen:

$$\frac{E \vdash^{lookup} x : (l, \tau)}{\langle E \mid M \rangle \vdash^R x : M(l)}$$

$$\frac{}{\langle E \mid M \rangle \vdash^R n : n} \quad \text{falls } n \text{ Zahl}$$

$$\frac{\langle E \mid M \rangle \vdash^R e_1 : v_1 \quad \langle E \mid M \rangle \vdash^R e_2 : v_2}{\langle E \mid M \rangle \vdash^R e_1 \texttt{+} e_2 : v_1 + v_2}$$

$$\frac{\langle E \mid M \rangle \vdash^R e_1 : v_1 \quad \langle E \mid M \rangle \vdash^R e_2 : v_2}{\langle E \mid M \rangle \vdash^R e_1 \texttt{*} e_2 : v_1 \cdot v_2}$$

Die Berechnung von L-Werten erfolgt analog. Dies ist aber eingeschränkter, da z. B. `x + 3` keinen L-Wert hat. Zunächst einmal hat jede Variable einen L-Wert:

$$\frac{E \vdash^{lookup} x : (l, \tau)}{\langle E \mid M \rangle \vdash^L x : l}$$

Die Regeln für L-Werte werden später noch erweitert.

3.1.2 Zuweisung

Die Zuweisung ist die elementare Operation, die mit Variablen in imperativen Sprachen assoziiert ist. Hierbei findet man hauptsächlich die folgenden syntaktischen Darstellungen:

$$\begin{array}{rcll} e_1 & = & e_2 & \text{(C, Java)} \\ e_1 & := & e_2 & \text{(Pascal, Modula)} \end{array}$$

Einschränkung (statische Semantik): $\langle exp_1 \rangle$ muss einen L-Wert haben.
Beispiel: Konstanten haben nur R-Werte (ebenso Wertparameter bei Prozeduren, siehe später). In Java werden Konstanten durch das Schlüsselwort `final` deklariert:

```
static final int mean = 42;
```

Hierdurch wird die Bindung des Namens "`mean`" an die `int`-Konstante 42 definiert. Aus diesem Grund ist die Zuweisung

```
mean = 43;
```

ein Programmfehler. Um dies zu formalisieren, tragen wir Konstanten als Paar (Typ,Wert) in die Umgebung ein.
Deklaration einer Konstanten:

$$\langle E \mid M \rangle \ \texttt{static final int } x \texttt{ = } n \ \langle E; x : (int, n) \mid M \rangle$$

Benutzung einer Konstanten (nur als R-Wert!):

$$\frac{E \vdash^{lookup} x : (\tau, v)}{\langle E \mid M \rangle \vdash^{R} x : v}$$

Damit können wir nun die **Semantik der Zuweisung** wie folgt festlegen:

- Berechne L-Wert von e_1: l
- Berechne R-Wert von e_2: v
- Schreibe v in Behälter l, d. h. ändere den Speicher so, dass $M(l) = v$

Formal:

$$\frac{\langle E \mid M \rangle \vdash^{L} e_1 : l \quad \langle E \mid M \rangle \vdash^{R} e_2 : v}{\langle E \mid M \rangle \; e_1 = e_2 \; \langle E \mid M[l/v] \rangle}$$

Weitere Forderung an die Zuweisung: *Typkompatibilität* der linken und rechten Seite. Für $e_1 = e_2$ kann das bedeuten:

- e_1 und e_2 haben gleiche Typen (strenge Forderung)
- meistens wird jedoch nur gefordert: Der Typ von e_2 muss in den Typ von e_1 konvertierbar sein (implizite Konvertierung).

Beispiel 3.3 (Typkonvertierung)**.** Ganze Zahlen sind in Gleitkommazahlen konvertierbar:

```
float x;
int i = 99;
x = i; // x hat den Wert 99.0
```

Umgekehrt kann man `float` nach `int` nur mit einem Genauigkeitsverlust konvertieren. Aus diesem Grund ist dies häufig unzulässig (z. B. in Java). Erlaubt ist dies nur mit expliziter Konvertierung („type cast“):

```
double x = 1.5;
int i;
i = x; // unzulaessig
i = (int) x; // type cast, i hat den Wert 1
```

Typkonvertierungen sind von der jeweiligen Programmiersprache abhängig:

- C: Wahrheitswerte $\approx$ ganze Zahlen: $0 \approx$ `false`, $\neq 0 \approx$ `true`
- Java: `boolean` und `int` sind nicht konvertierbar:

  ```
  boolean b; int i;
  i = b; // unzulaessig
  ```

Formalisierung der Typkonvertierung

- berechne Typ von linker und rechter Seite (z. B. durch ein neues Inferenzsystem $\vdash^T$)
- füge, falls notwendig und erlaubt, Konvertierungsfunktionen ein

$\rightsquigarrow$ Übung
Abkürzungen für häufige Zuweisungsarten in Programmiersprachen:

- `x = x + 3;`
  Modula-3: `INC(x,3);`
  C, Java: `x += 3;`
- allgemein: "`var op= expr`" $\approx$ "`var = var op expr`"
- "`x++`" und "`++x`" entsprechen "`x += 1`"
- "`x--`" und "`--x`" entsprechen "`x -= 1`"

3.2 Standarddatentypen

Ein Datentyp in einer Programmiersprache bezeichnet einen Wertebereich für Variablen. In einer streng getypten Programmiersprache enthält eine Variablendeklaration einen Typ, sodass diese Variable nur Werte des angegebenen Typs aufnehmen kann.
Man spricht von einem **Grundtyp**, wenn alle Konstruktoren Konstanten sind. Übliche Grundtypen sind Wahrheitswerte, Zeichen oder Zahlen.

Typ	Werte	Initialwert
`boolean`	`true, false`	`false`
`char`	16bit-Unicode-Zeichen	`\u0000`
`byte`	8bit ganze Zahl mit Vorzeichen	`0`
`short`	16bit ganze Zahl mit Vorzeichen	`0`
`int`	32bit ganze Zahl mit Vorzeichen	`0`
`long`	64bit ganze Zahl mit Vorzeichen	`0`
`float`	32bit-Gleitkommzahl	`0.0f`
`double`	64bit-Gleitkommazahl	`0.0`

Tabelle 3.1: Grundtypen in Java

Weitere Grundtypen in Programmiersprachen (nicht in Java):

Aufzählungstypen Wertebereich: endliche Menge von Konstanten.

Zum Beispiel in Modula-3:

```
TYPE Color = { Red, Green, Blue, Yellow };
VAR c: Color;
```

Ausschnittstypen Wertebereich: Teilmenge aufeinanderfolgender Werte eines anderen Typs.

Zum Beispiel in Modula-3:

```
VAR day: [1..31];
day := 25;  (* ok *)
day := day + 10; (* Addition ok, Zuweisung fehlerhaft *)
```

Zusammengesetze Typen Werte sind nicht elementar, sondern haben eine innere Struktur. Zusammengesetze Typen bieten insbesondere Operationen zum Zugriff auf Teilwerte.

3.2.1 Felder

Seien $I_1, \ldots, I_n$ Indexmengen. Dann heißt die Abbildung $A : I_1, \ldots, I_n \to \tau$ ein **Feld** mit Indexmengen $I_1, \ldots, I_n$ und Elementtyp τ.
Andere Sichtweise: A ist eine indizierte Sammlung von $|I_1| \cdots |I_n|$ Elementen.
Basisoperation auf einem Feld: Zugriff auf ein Feldelement: $A[i_1, \ldots, i_n]$ mit $i_j \in I_j$ für alle $j \in \{1, \ldots, n\}$.
Häufige Einschränkungen:

- Die Indexmengen sind endliche Ausschnitte aus den natürlichen Zahlen.
- Fortran: Indexuntergrenze ist immer 1.
- C, C++, Java: Indexuntergrenze ist immer 0.

Zur Modellierung von Feldvariablen müssen wir den *Typ eines Feldes* festlegen. Dieser beinhaltet auf jeden Fall den Typ der Elemente und die Anzahl der Indizes, nicht aber unbedingt die Indexmengen selbst, da diese eventuell zur Übersetzungszeit noch nicht bekannt sind. Wir unterscheiden daher:

Statisches Feld Die Indexgrenzen sind statisch bekannt und gehören zum Typ $\Rightarrow$ Anzahl der Elemente zur Compilezeit bekannt.

Dynamisches Feld Indexgrenzen werden erst zur Laufzeit bekannt $\Rightarrow$ gehören nicht zum Typ.

Flexibles Feld Indexangaben zur Laufzeit veränderbar (seltenes Konzept, z. B. Algol-68). Zeiger in C: Benutzung wie flexible Felder.

Felddeklarationen in verschiedenen Programmiersprachen:

- Modula-2: `VAR a: ARRAY [1..100] OF REAL;`

- Fortran: `DOUBLE a(100,100); // 2-dimensionales Feld`
- C: `double a[100,100];`
- Java: `double[][] a = new double[100,100];`

  In Java wird die Deklaration (linke Seite) von der Erzeugung des Feldes (rechte Seite) getrennt. Die Zahl bei der Erzeugung bedeutet immer die Anzahl der Elemente in der Dimension, d. h. bei `[100]` sind die Indizes im Intervall `[0 .. 99]`.

Felder in Java:

- immer dynamisch
- müssen explizit erzeugt werden
- Erzeugung auch durch „initializers“ möglich:

```
int[] pow2 = {1,2,4,8,16,32};
```

- Deklaration und Erzeugung sind unabhängig voneinander:

```
int[][] a;
...
a = new int[42][99];
```

- Zugriff durch Angabe der Indizes: `a[21][50]`
- Beachte: Unterschied zwischen L/R-Werten:

```
a[i][j] = a[i+1][j+1];
```

  Der Ausdruck “`a[i][j]`” auf der linken Seite bezeichnet die Referenz auf das Element mit dem Index `(i,j)`. Dagegen bezeichnet der Ausdruck “`a[i+1][j+1]`” auf der rechten Seiten den Inhalt eines Feldelementes.

Präzisierung von Feldern

Deklaration eines Feldes:

$$\langle E \mid M \rangle \; \tau \underbrace{[] \ldots []}_{n-mal} x \; \langle E; x : array(n, \tau) \mid M \rangle$$

Erzeugung eines Feldes:

$$\frac{E \vdash^{lookup} x : array(n, \tau) \quad \langle E \mid M \rangle \vdash^{R} e_1 : d_1 \; \ldots \; \langle E \mid M \rangle \vdash^{R} e_n : d_n}{\langle E \mid M \rangle \; x \texttt{ = new } \tau[e_1] \ldots [e_n] \; \langle E; x : array(l, [d_1, \ldots, d_n], \tau) \mid M' \rangle}$$

wobei $a = d_1 \cdots d_n$, $l, l+1, \ldots, l+a-1 \in free(M)$ und, falls i der Initialwert des Typs τ ist, $M' = M[l/i][l+1/i]\ldots[l+a-1/i]$.
Somit wird beim Erzeugen der notwendige Platz für die einzelnen Feldelemente reserviert und die Anfangsadresse und Dimensionen bei x eingetragen (eigentlich müsste der Eintrag von x in der Umgebung E *verändert* werden, aber der Einfachheit halber fügen wir den veränderten Eintrag nur hinzu).

Zugriff auf ein Feldelement:

$$\frac{E \vdash^{lookup} x : array(l, [d_1, \ldots, d_n], \tau) \quad \langle E \mid M \rangle \vdash^R e_1 : i_1 \ \ldots \ \langle E \mid M \rangle \vdash^R e_n : i_n}{\langle E \mid M \rangle \vdash^L x[e_1]\ldots[e_n] : l_x}$$

$$\frac{E \vdash^{lookup} x : array(l, [d_1, \ldots, d_n], \tau) \quad \langle E \mid M \rangle \vdash^R e_1 : i_1 \ \ldots \ \langle E \mid M \rangle \vdash^R e_n : i_n}{\langle E \mid M \rangle \vdash^R x[e_1]\ldots[e_n] : M(l_x)}$$

mit $l_x = l + d_n \cdots d_2 \cdot i_1 + d_n \cdots d_3 \cdot i_2 + \cdots + d_n \cdot i_{n-1} + i_n$.

Dies ist eine vereinfachte Darstellung des Feldzugriffs. In Java ist es auch möglich, nicht alle Indizes anzugeben. In diesem Fall ist das Zugriffsergebnis ein Feld über die restlichen Indizes.

Spezialfall Zeichenketten

Zeichenketten werden in vielen Sprachen als Feld von Zeichen dargestellt, d. h. der Typ `String` könnte identisch zu `char[]` sein. Dies ist z. B. in C der Fall, wobei das letzte Zeichen das Nullzeichen `\000` ist.
In Java gilt dagegen:

- `String` ist ein eigener Typ (verschieden von `char[]`).
- `String`s sind nicht veränderbar, hierfür existieren stattdessen `StringBuffer`
- `String`konstanten haben eine feste Syntax:

  ```
  String s = "Java";
  ```

  Hierbei ist `"Java"` eine Stringkonstante.
- Zur Konkatenation von Strings gibt es einen vordefinierten Operator “`+`”:

  ```
  System.out.println(s+"2000");
      ⇝   Java2000
  ```

  ⇒ automatische Konvertierung von Werten zu Strings bei der Verwendung von “`+`”

3.2.2 Verbunde

Ein Verbund ist das kartesische Produkt von Typen. Ein wichtiger Aspekt ist hierbei, dass man einen Zugriff auf die einzelnen Komponenten über einen Namen für jede Komponente erhält.

Beispiel 3.4 (Verbunde)**.**

- Verbunde in Modula-3:

```
TYPE Point = RECORD
               x,y: REAL   (* x und y sind Komponentennamen *)
             END;
VAR pt: Point;
pt.x := 0.0;  (* Selektion der Komponente x von pt mit . *)
```

- Verbunde in C:

```
typedef struct {double x,y} Point;
Point pt;
pt.x = 0.0;
```

- Java: keine expliziten Verbunde, sondern Klassen:

```
class Point {
    double x,y;
}
...
Point pt = new Point();
pt.x = 0.0;
```

3.2.3 Vereinigungstypen

Ein Vereinigungstyp bezeichnet die Vereinigung der Werte verschiedener Typen. In manchen Sprachen treten diese auch als „variante Verbunde" auf.

Beispiel 3.5 (Variante Verbunde in C)**.**

```
typedef struct {
  int utype;
  union {
    int ival;
    float fval;
    char cval;
  } uval;
```

```
} UT;

UT v;
```

Hier dient die Komponente `utype` dazu, die konkreten Varianten dieser Verbundsstruktur zu unterscheiden, denn in der Komponenten `uval` ist zu jedem Zeitpunkt nur eine der Varianten `ival`, `fval` oder `cval` vorhanden. Zum Beispiel erhalten wir durch `v.uval.ival` einen `int`-Wert und durch `v.uval.fval` einen `float`-Wert. Zu beachten ist aber, dass die Komponenten `ival` und `fval` *an der gleichen Stelle* gespeichert werden. Es ergibt sich die folgende Speicherstruktur:

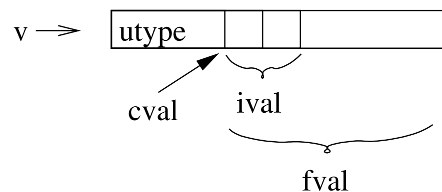


Abbildung 3.1: Speicherstruktur eines varianten Verbundes

Aus diesem Grund muss der Programmierer kontrollieren (z. B. mittels `utype`), welche Variante jeweils aktuell ist. Ein Problem kann sich leicht durch falsche Variantenbenutzung ergeben:

```
v.uval.fval = 3.14159;
v.uval.ival = 0;
```

Hierdurch wird ein Teil des `float`-Wertes 3.14159 mit 0 überschrieben. Der sich ergebende Wert von `v.uval.fval` ist implementierungsabhängig. Eine bessere und sichere Alternative zu varianten Verbunden sind Klassen und Unterklassen, bei denen das System den korrekten Zugriff kontrolliert (vgl. Kapitel 4).

3.2.4 Mengen

In einigen Programmiersprachen kann man Mengen definieren und darauf spezielle Mengenoperationen anwenden.

Beispiel 3.6 (Mengen in Modula-3).

```
TYPE Color = {Blue, Green, Red, Yellow};
     ColorSet = SET OF Color;
```

Für Variablen vom Typ `ColorSet` sind nun die üblichen Mengenoperationen vordefiniert.

Da es für Mengen je nach Anwendungsfall unterschiedlich effiziente Implementierungen gibt, sind bei den meisten modernen Sprachen Mengen nicht mit einer speziellen Syntax

vordefiniert, sondern man benutzt stattdessen spezielle Bibliotheken.

3.2.5 Listen

Listen sind Sequenzen beliebiger Länge und bilden in logischen und funktionalen Sprachen die wichtigste vordefinierte Datenstruktur. Eine Liste ist entweder leer oder besteht aus einem Element (Listenkopf) und einer Restliste. Listen sind in imperativen Sprachen mit Verbünden und Zeigern definierbar. Aus diesem Grund betrachten wir zunächst einmal Zeigerstrukturen.

3.2.6 Zeiger

Ein Zeiger ist ein Verweis auf einen Behälter, in dem ein Wert gespeichert ist. Somit ist der Wert (R-Wert) einer Zeigervariablen immer ein L-Wert.
Die wichtigste Operation auf Zeigervariablen ist das **Dereferenzieren**, was den Übergang von einem L-Wert zu dem dort gespeicherten Wert bezeichnet.

Beispiel 3.7 (Zeiger in C).

```
int *ip; // Wert von ip: Zeiger auf Behaelter, in dem ein int steht
int i;
ip = &i; // Adresse (L-Wert) der Variablen i
i = *ip; // dereferenzierter Wert von ip
```

Beispiel 3.8 (Zeiger in Pascal).
Zeigerdeklaration: `var p: ^`τ`;`
Dereferenzieren: `p^`

Da jeder Datentyp einen Initialwert haben sollte, sollte dies auch für Zeiger gelten. Aus diesem Grund ist es üblich, einen ausgezeichneten Zeigerwert zu definieren: **der leere Zeiger**, der auf kein Objekt verweist.

Beispiel 3.9 (Leere Zeiger).
Pascal: `nil`
C: `NULL`
Java: `null`

Hier ergibt sich ein Problem: beim Dereferenzieren muss der Zeiger auf einen definierten Behälter zeigen. Somit ist das Dereferenzieren von leeren Zeigern nicht möglich und führt zu einem Laufzeitfehler. Wir betrachten hierzu die Fortsetzung des Beispiels von oben:

```
ip = NULL;
i = *ip; // Laufzeitfehler
```

Die **Semantik von Zeigern** ist einfach definierbar mit L/R-Werten.
Deklaration:

$$\langle E \mid M \rangle \quad \tau * x \quad \langle E; x : (l, *\tau) \mid M[l/NULL] \rangle$$

wobei $l \in free(M)$

Dereferenzieren:

$$\frac{\langle E \mid M\rangle \vdash^R e : l}{\langle E \mid M\rangle \vdash^L *e : l}$$

$$\frac{\langle E \mid M\rangle \vdash^R e : l}{\langle E \mid M\rangle \vdash^R *e : M(l)} \qquad \text{falls } l \neq NULL$$

Beispiel 3.10 (Zeigerverwendung in C)**.**

```
*ip = 3;   // Setze den Behaelter, auf den ip verweist, auf 3.
ip = addr; // Setze den Wert von ip (d.h. eine Adresse oder L-Wert)
           // auf addr.
```

Adressoperator:

$$\frac{\langle E \mid M\rangle \vdash^L e : l}{\langle E \mid M\rangle \vdash^R \&e : l}$$

Beispiel 3.11 (Definition von Listen in C)**.**

```
struct List {
  int elem;          // Listenelemente: Zahlen
  struct List *next; // Restliste: Zeiger auf den Listenrest
};

struct List *head;
// neue Listenstruktur
head = (struct List *) malloc(sizeof(struct List));
(*head).elem = 3;  // Kurzschreibweise: head->elem = 3;
```

Somit wird die leere Liste durch den leeren Zeiger `NULL` repräsentiert, wohingegen eine nichtleere Liste ein Zeiger auf einen `List`-Verbund ist.

Zeigerarithmetik

In manchen Sprachen (Assembler, C) werden Referenzen (L-Werte) mit ganzen Zahlen identifiziert. Als Konsequenz sind dann arithmetische Operationen auf Referenzen erlaubt, z. B. "`(&i)+4`".
Dies ist eventuell relevant für die Systemprogrammierung, aber

- der Code wird undurchschaubar,
- das Programm ist fehleranfällig (keine Kontrolle durch Laufzeitsystem), und

- man erhält nicht-portablen Code.

Daher sollte Zeigerarithmetik in höheren Programmiersprachen nicht erlaubt sein.

Alternativen: Modula-3, JNI (Java Native Language Interface): klare Trennung von höherer Programmierung und low-level Systemprogrammierung.

Allgemeine Nachteile von Zeigern und Zeigerprogrammierung:

- fehleranfällig: existieren die Objekte, auf die ein Zeiger verweist? (dangling pointers)
- Zeiger verlangen eine explizite Handhabung des Dereferenzierens (z. B. C: `**p`, doppelte Verweise)
- Zeigerarithmetik (wenn das zulässig ist) erlaubt keine Laufzeitprüfungen
- Zeiger sind unstrukturiert („pointers are gotos")
- häufig bieten diese Programmiersprachen keine automatische Speicherverwaltung (sondern: `malloc`, `free`) $\rightsquigarrow$ fehleranfällig

Lösung in funktionalen, logischen und objektorientierte Sprachen (Smalltalk, Eiffel, Java):

- nur Referenzen auf Objekte
- keine explizite Unterscheidung zwische Referenz und Wert
- implizites Dereferenzieren

Beispiel 3.12 (Listen in Java).

```
class List {
  int elem;
  List next;
}
...
List head;
head = new List(); // Erzeugung neuer Listenstruktur
head.elem = 3;
```

Nachteile dieses allgemeinen Ansatzes:

- immer Indirektion durch Zeiger
- alle Werte nur durch Dereferenzieren erreichbar
- überflüssig für Grunddatentypen (`int`, `char`, ...)

Daher in Java: Grunddatentypen direkt zugreifbar, strukturierte Typen immer über Referenzen.

3.3 Kontrollabstraktionen

Ein Programmablauf in einer imperativen Programmiersprache ist im Wesentlichen eine Folge von Zuweisungen. Da es wichtig ist, dass Programme lesbar und wartbar sein, müssen auch Zuweisungsfolgen strukturiert werden (keine `goto`s, vgl. (Dijkstra, 1968)). Lösung:

- strukturierte Programmierung (ohne `goto`)
- Kontrollabstraktionen: (sinnvolle) Zusammenfassung von häufigen Ablaufschemata zu Einheiten

Im Folgenden diskutieren wir typische Kontrollabstraktionen imperativer Sprachen.

3.3.1 Sequentielle Komposition

Wenn S_1 und S_2 Anweisungen sind, dann ist auch die *sequentielle Komposition* $S_1; S_2$ eine Anweisung. Hier wird S_1 und dann S_2 ausgeführt.
Formal:

$$\frac{\langle E \mid M \rangle\ S_1\ \langle E' \mid M' \rangle \qquad \langle E' \mid M' \rangle\ S_2\ \langle E'' \mid M'' \rangle}{\langle E \mid M \rangle\ S_1; S_2\ \langle E'' \mid M'' \rangle}$$

Anmerkungen:

- In Java können Deklarationen mit Anweisungen gemischt werden
- Häufig erlaubt: Zusammenfassung von Anweisungen zu **Blöcken**

  (Java: $\{S_1; S_2; ...; S_n;\}$)

  In diesem Fall sind die Deklarationen innerhalb des Blocks außerhalb unsichtbar:

$$\frac{\langle E \mid M \rangle\ S\ \langle E' \mid M' \rangle}{\langle E \mid M \rangle\ \{S\}\ \langle E \mid M' \rangle}$$

- Benutzung des Semikolons: Hier existieren zwei unterschiedliche Sichtweisen:
  1. "`;`" bezeichnet die sequentielle Komposition und steht zwischen Anweisungen (≈ Pascal). Dies führt zu folgender Blocksyntax:

     ```
     begin s1; s2; ... ; sn end
     ```

     Hier darf hinter der letzten Anweisung `sn` kein Semikolon stehen!
  2. "`;`" kennzeichnet das Ende einer Anweisung und steht hinter jeder Anweisung (≈ Java). Dies führt zu folgender Blocksyntax:

     ```
     { s1; s2; ... sn; }
     ```

  Manchmal: beide Sichtweisen, z. B. in Modula-3.

3.3.2 Bedingte Anweisungen

Typische Form bedingter Anweisungen (Fallunterscheidungen), z. B. in Ada:

```
if bexp then S1 else S2 endif
```

wobei `bexp` ein boolescher Ausdruck und `S1` und `S2` Anweisungsfolgen sind. Die `if-endif`-Klammerung vermeidet hierbei Mehrdeutigkeiten („dangling else"), die bei einem fehlenden `else`-Teil auftreten können, z. B. in Java:

```
if (bexp) S1 else S2
```

wobei `S1` und `S2` Anweisungen sind und der `else`-Teil auch fehlen kann. Beispiel:

```
x = 0;
y = 1;
if (y < 0)
  if (y > -5)
    x = 3;
else x = 5;
```

Wozu gehört nun das "`else`"? Falls dies zum ersten `if` gehört, gilt am Ende `x = 5`. Falls dies zum zweiten `if` gehört, gilt am Ende `x = 0`.

Üblich (auch in Java) ist die folgende Konvention:

> Ein `else` gehört immer zum letztmöglichen `if`, welcher keinen `else`-Zweig hatte.

In diesem Beispiel gehört das `else` also zum zweiten `if`, d. h. die Einrückungen sind falsch gewählt.
In Zweifelsfällen kann (und sollte) man immer Klammern setzen:

```
x = 0;
y = 1;
if (y < 0)
  {if (y > -5)
    x = 3;
   else x = 5;}
```

```
x = 0;
y = 1;
  if (y < 0)
   {if (y > -5)
      x = 3; }
  else x = 5;
```

Wir definieren nun die Bedeutung bedingter Zuweisungen:

$$\frac{\langle E \mid M\rangle \vdash^R bexp : true \quad \langle E \mid M\rangle\ S_1\ \langle E' \mid M'\rangle}{\langle E \mid M\rangle\ if\ (bexp)\ S_1\ else\ S_2\ \langle E', M'\rangle}$$

$$\frac{\langle E \mid M\rangle \vdash^R bexp : true \quad \langle E \mid M\rangle\ S_1\ \langle E' \mid M'\rangle}{\langle E \mid M\rangle\ if\ (bexp)\ S_1\ \langle E' \mid M'\rangle}$$

$$\frac{\langle E \mid M\rangle \vdash^R bexp : false \quad \langle E \mid M\rangle\ S_2\ \langle E' \mid M'\rangle}{\langle E \mid M\rangle\ if\ (bexp)\ S_1\ else\ S_2\ \langle E' \mid M'\rangle}$$

$$\frac{\langle E \mid M\rangle \vdash^R bexp : false}{\langle E \mid M\rangle\ if\ (bexp)\ S_1\ \langle E \mid M\rangle}$$

Es existieren auch einige Varianten von bedingten Anweisungen:

- `elseif` (Ada):

  ```
  if b1 then S1
  elseif b2 then S2
  elseif b3 then S3
  else S4
  endif
  ```

  Dies ist äquivalent zu

  ```
  if b1 then S1
  else
    if b2 then S2
    else
      if b3 then S3 else S4 endif
    endif
  endif
  ```

- `case`/`switch`: Fallunterscheidung über den Wert eines Ausdrucks (in Java-Syntax):

  ```
  switch (exp) {
    case v_1: S_1; break;
    case v_2: S_2; break;
    ...
    case v_n: S_n; break;
    default: S_{n+1}; }
  ```

  Dies ist äquivalent zu

  ```
  vc = exp; // vc ist eine neue Variable
  if (vc == v_1) S_1
  ```

```
else if (vc == v₂) S₂
     else ...
     else if (vc == vₙ) Sₙ
          else Sₙ₊₁;
```

Allerdings ist es üblich, dass der Compiler eine effizientere Übersetzung wählt. Zum Beispiel müssen die Werte $\texttt{v}_i$ konstant sein, so dass man dann eine Sprungtabelle generieren kann, die das Auffinden der Alternative in konstanter Zeit ermöglicht.

3.3.3 Schleifen

Schleifen ermöglichen ein wiederholtes Ausführen von Anweisungen. Semantisch entsprechen Schleifen einer Rekursion (in der denotationellen Semantik werden Schleifen als kleinste Fixpunkte einer Semantiktransformation interpretiert).
Prinzipiell ist eine `while`-Schleife (und Fallunterscheidungen) für ein Programm ausreichend. Allerdings bieten imperative Programmiersprachen verschiedene Arten von Schleifen an, die wir nachfolgend kurz diskutieren.

Java-Syntax für `while`-Schleifen:

```
while (B) S
```

Intuitiv: „Solange `B` wahr ist, führe `S` aus.“
Formal: “`while (B) S`” ist äquivalent zu “`if (B) {S; while (B) S}`”
Aus dieser Überlegung können wir die Semantik der `while`-Schleife durch folgende abgeleitete Inferenzregeln definieren:

$$\frac{\langle E \mid M\rangle \vdash^R B : false}{\langle E \mid M\rangle \; while\; (B)\; S \; \langle E \mid M\rangle}$$

$$\frac{\langle E \mid M\rangle \vdash^R B : true \qquad \langle E \mid M\rangle \; S;\; while\; (B)\; S \; \langle E' \mid M'\rangle}{\langle E \mid M\rangle \; while\; (B)\; S \; \langle E \mid M'\rangle}$$

Hier ignorieren wir nach Abarbeitung der Schleife alle Veränderungen der Umgebung innerhalb einer Schleife. Dies ist sinnvoll, weil eventuelle Deklarationen in der Schleife außen nicht sichtbar sind.

Varianten von Schleifen:

- Repeat-Schleifen: Führe die Anweisung mindestens einmal aus:
  - Pascal: `repeat S until B`
  - Java: `do S while (B)`

  Die letzte Form ist äquivalent zu “`S; while (B) S`”, während in der `repeat`-Form die Bedingung negiert ist.

- Zählschleifen (meistens in Verbindung mit Feldern):
  Führe bei der Schleifenanweisung einen Zähler mit. Üblicherweise werden Zählschleifen mit dem Schlüsselwort "`for`" eingeleitet, aber es gibt sehr viele Varianten, z. B. in Java:

  ```
  for (initstat; boolexpr; incrstat) stat
  ```

  Dies ist äquivalent zu:

  ```
  { initstat;
    while (boolexpr) {
       stat
       incrstat;
    }
  }
  ```

  Typische Anwendung: Aufsummieren von Feldelementen:

  ```
  s = 0;
  for (int i = 0; i < fieldlen; i++) {
     s = s + a[i];
  }
  ```

- Endlosschleifen: Modula-3: "`loop S end`"
  Dies entspricht "`while (true) S`"
  Endlosschleifen können bei Serveranwendungen vorkommen, aber in der Regel sind sie nur sinnvoll, falls es die Möglichkeit gibt, die Schleife mit einem Aussprung zu verlassen:
  - Modula-3: `exit`: verlasse innerste Schleife und mache danach weiter.
  - Java: `break`: analog, aber auch mit Marken, um mehrere Schleifen zu verlassen, z. B.:

    ```
    search:   // Sprungmarke
    for (...) {
      while (...) {
        ...
        break search;
        /* verlasse damit die while- und for-Schleife auf einmal. */
        ...
      }
    }
    ```

3.4 Prozeduren und Funktionen

Im Allgemeinen sind Komponenten von Programmen oder logisch zusammengehörige Programmteile durch folgende Elemente charakterisiert:

- Eingabewerte
- Berechnungsteil
- Ausgabewerte

Prozedurale Abstraktion bedeutet, dass man solchen Programmteilen einen Namen gibt und den Berechnungsteil dann als „black box“ betrachtet.

Aspekte von Prozeduren:

- logisch zusammenhängende Berechnung
- wiederverwendbares Berechnungsmuster
- manchmal Unterscheidung zwischen Funktionen und Prozeduren:
  - Funktionen: berechnen ein Ergebnis
  - Prozeduren: berechnen kein explizites Ergebnis, sondern sie haben im Wesentlichen nur Seiteneffekte (möglichst nur auf Parameter, s.u.)
- Vorsicht: auch Funktionen können Seiteneffekte haben:
  - schlechter Programmierstil
  - schwer überschaubar
  - Reihenfolge wird bei der Auswertung von Ausdrücken relevant

  besser:
  - verbiete Seiteneffekte in Funktionen
  - übergebe alle zu verändernde Daten als Parameter (z. B. call-by-reference)

Benutzung von Prozeduren:

- (echte) Prozeduren: Prozeduraufruf $\approx$ Anweisung
- Funktionen: Funktionsaufruf in Ausdrücken

Prozedurdeklaration: Übliches Schema: definiere

- Typ der Parameter
- evtl. Übergabemechanismus für Parameter (s.u.)
- Ergebnistyp (bei Funktionen)
- Prozedurenrumpf (Berechnungsteil, Block)

Um die Bedeutung von Prozeduren genauer festzulegen, benutzen wir die folgende Pseudonotation für Prozeduren und Funktionen:

$$function\ f(x_1 : \tau_1, \ldots, x_n : \tau_n) :\ \tau\ \texttt{is}\ S$$

mit $\tau_1, \ldots, \tau_n$ Parametertypen, τ Ergebnistyp und S Rumpf der Prozedur.

Bei Funktionen erfolgt im Rumpf üblicherweise die Festlegung des Ergebniswertes auf zwei mögliche Arten:

- durch eine spezielle Anweisung: `return(e)`, wobei `e` der Ergebniswert dieses Funktionsaufrufes ist.
- durch eine Zuweisung an den Prozedurnamen: f `:=e`. Hierbei wird der Prozedurname f wie eine lokale Variable im Rumpf behandelt.

Anwendung einer Prozedur:

- Bei einer echten Prozedur (d. h. der Ergebnistyp τ fehlt bei der Deklaration) ist der Prozeduraufruf $f(e_1, \ldots, e_n)$ syntaktisch eine Anweisung.
- Bei einer Funktion mit Ergebnistyp τ kann der Aufruf $f(e_1, \ldots, e_n)$ in Ausdrücken vorkommen, wo ein Wert vom Typ τ erwartet wird.
- Operationales Vorgehen:
  1. Deklariere $x_1, \ldots, x_n$ als (lokale) Variablen mit Initialwerten $e_1, \ldots, e_n$
  2. Führe den Rumpf S aus
  3. Bei Funktionen: ersetze den Funktionsaufruf durch das berechnete Ergebnis

Im Folgenden werden wir diese Semantik durch entsprechende Erweiterungen unseres Inferenzsystems formalisieren.

3.4.1 Operationale Semantik

Prozedurdeklaration:

$$\langle E \mid M \rangle\ function\ f(x_1 : \tau_1, \ldots, x_n : \tau_n) : \tau\ \texttt{is}\ S\ \langle E; f() : func(x_1{:}\tau_1, \ldots, x_n{:}\tau_n, \tau, S, E) \mid M \rangle$$

Anmerkungen:

- Eine Prozedurdeklaration hat keinen Effekt auf den Speicher.
- Die aktuelle Umgebung E der Deklaration muss wegen der lexikalischen Bindung bei der Prozedur gespeichert werden (vgl. Prozeduraufruf).
- τ kann bei einer echten Prozedur auch fehlen. In diesem Fall schreiben wir *proc* statt *func*.

Anwendung einer echten Prozedur:

$$\frac{E \vdash^{lookup} p() : proc(x_1{:}\tau_1, \ldots, x_n{:}\tau_n, S, E') \qquad \begin{array}{c} \langle E \mid M\rangle \vdash^R e_1 : v_1 \\ \vdots \\ \langle E \mid M\rangle \vdash^R e_n : v_n \end{array} \qquad \langle E'' \mid M\rangle\ S\ \langle E''' \mid M'\rangle}{\langle E \mid M\rangle\ \ p(e_1, \ldots, e_n)\ \ \langle E \mid M'\rangle}$$

wobei

$$E'' = E'; p() : proc(x_1{:}\tau_1, \ldots, x_n{:}\tau_n, S, E'); x_1 : (\tau_1, v_1); \ldots; x_n : (\tau_n, v_n)$$

Das Eintragen der Prozedurdeklaration $p()$ in E'' ist wichtig, um rekursive Aufrufe zu ermöglichen.

Funktionsanwendung:

$$\frac{E \vdash^{lookup} f() : func(x_1{:}\tau_1, \ldots, x_n{:}\tau_n, \tau, S, E') \qquad \begin{array}{c} \langle E \mid M\rangle \vdash^R e_1 : v_1 \\ \vdots \\ \langle E \mid M\rangle \vdash^R e_n : v_n \end{array} \qquad \langle E'' \mid M'\rangle\ S\ \langle E''' \mid M''\rangle}{\langle E \mid M\rangle \vdash^R f(e_1, .., e_n) : M''(l)}$$

wobei

$$E'' = E'; f() : func(x_1{:}\tau_1, \ldots, x_n{:}\tau_n), \tau, S, E'); x_1 : (\tau_1, v_1); \ldots; x_n : (\tau_n : v_n); f : (l, \tau)$$

mit $l \in free(M)$, $M' = M[l/i]$, wobei i der Initialwert von Typ τ ist

Anmerkungen:

- **Parameterübergabe**: zunächst müssen die *aktuellen* Parameterwerte ausgerechnet werden (mittels $\langle E \mid M\rangle \vdash^R e_j : v_j$), um dann die *formalen* Parameter x_j als Konstante mit den entsprechenden Werten ($x_j : (\tau_j, v_j)$) vor Ausführung des Prozedurrumpfes zu deklarieren (die hier spezifizierte Übergabeart ist also "call by value", s.u.)

- Der Rumpf S wird in der Umgebung der Deklaration abgearbeitet (lexikalische Bindung!), wobei die Deklaration der Prozedur für eventuelle rekursive Aufrufe eingeführt wird. Eine Modellierung einer dynamischen Bindung wie in Lisp wäre auch einfach möglich: dazu müsste man im Aufruf die aktuelle Umgebung lassen, d. h. E' durch E ersetzen.

- Bei Funktionen haben wir angenommen, dass diese keine Seiteneffekte haben (d. h. wir ignorieren den veränderten Speicher M''). Wenn wir auch mögliche Seiteneffekte von Funktionen modellieren wollten, müssten wir den veränderten Speicher in den Inferenzregeln für $\vdash^R$ berücksichtigen, wodurch wir allerdings eine feste Auswertungsreihenfolge bei Ausdrücken festlegen müssten.

- Ergebnisrückgabe bei Funktionen: Hierzu haben wir den Funktionsnamen f als lokale Variable deklariert ($f : (l, \tau)$). Damit können wir beide Arten der Funktionswertrückgabe modellieren:
  - Falls in S die Zuweisung f `=` e vorkommt, wird hierdurch der Rückgabewert festgelegt.
  - Falls in S die Anweisung `return(`e`)` vorkommt, interpretiere wir diese als "f `=` e`; break`"

  Beachte, dass es hierzu wichtig ist, in der Umgebung zwischen der Funktionsdeklaration $f()$ und der lokalen Variablen f zu unterscheiden!

- **formale Parameter:** hier haben wir diese als Konstante deklariert, d. h. Zuweisungen an diese im Rumpf S sind nicht erlaubt.

  Manchmal (z. B. in Java) werden formale Parameter als lokale Variablen (deren Initialwert der Wert des aktuellen Parameters ist) eingeführt. Dies könnten wir auch einfach modellieren, in dem wir statt $x_j : (\tau_j, v_j)$ die formalen Parameter durch $x_j : (l_j, \tau_j)$ und $M[l_j/v_j]$ mit $l_j \in free(M)$ einführen.
  Konsequenz: Zuweisungen an formale Parameter x_j sind im Rumpf S möglich, allerdings haben diese keine globale Auswirkungen.

- **Rekursion**: problemlos möglich, da Prozedurdeklaration zur Umgebung des Rumpfes gehört (in älteren Sprachen wie Cobol oder Fortran war dies verboten)

- **indirekte Rekursion**: p ruft q auf und q ruft p auf.

  Dies haben wir aus Vereinfachungsgründen weggelassen. Dies könnte jedoch auf zwei Arten ermöglicht werden:

  1. `forward`-Deklarationen: deklariere zunächst nur den Kopf der Prozedur, später dann den Rumpf (dies wurde z. B. in der Programmiersprache Pascal eingeführt).
  2. Sammle alle Deklarationen eines Blocks in einer Umgebung und speichere diese Umgebung in den Prozedurdeklarationen (dies ist üblich in modernen Programmiersprachen).

- **Schlüsselwortparameter** (z. B. Ada): Parameterübergabe nicht in der Reihenfolge der angegebenen formalen Parameter, sondern beliebig mit den Namen der formalen Parameter. Zum Beispiel werden durch

  $$f(e_1, \ldots, e_k, x_{i_1} = e_{i_1}, \ldots, x_{i_l} = e_{i_l})$$

  die ersten $e_1, \ldots, e_k$ an die ersten k formalen Parameter übergeben und die restlichen Parameter direkt mittels der Namen der formalen Parameter übergeben.

  Vorteil: nicht alle Parameter müssen übergeben werden, sondern man kann default-Werte für einige Parameter verwenden.

Syntax von Prozeduren in Java (hier spricht man von „Methoden“ statt Prozeduren)

public static τ $f(\tau_1\, x_1, \ldots, \tau_n\, x_n)$ { S }

Hierbei bedeutet `public`, dass der Prozedurname nach außen bekannt ist und `static`, dass die Prozedur auch ohne Objekte existiert (vgl. 4). Im Rumpf einer Funktion wird der Rückgabewert mit "`return` e;" festgelegt.

Beispiel 3.13 (Aufsummieren aller Elemente eines Feldes).

```
class XY {
  ...
  public static int sum(int[] a, int n) {
    int i, s = 0;
    for (i = 0; i <= n; i++) s += a[i];
    return s;
  }
  ...
    int[] pow2 = {1,2,4,8};
    System.out.println("Summe: " + sum(pow2, 3));
  ...
}
```

3.4.2 Parameterübergabemechanismen

In unserer bisherigen Modellierung sind die formalen Parameter lokale Objekte. Damit können die Parameter nicht verwendet werden, um globale Änderungen zu bewirken. Dies bedeutet, dass Prozeduren nur globale Effekte haben, indem diese globale bekannte Objekte verändern. Dies führt aber leicht zu undurchschaubaren Seiteneffekten von Prozeduren, die man nur durch Ansehen des Prozedurrumpfes erkennen könnte, was aber der Idee der prozeduralen Abstraktion widerspricht. Wünschenswert ist es, dass alle Effekte einer Prozedur durch den Prozedurkopf, d. h. die Parameter kontrolliert werden. Dies ist aber nur möglich, wenn man mittels der Parameter auch globale Effekte bewirken kann. Zu diesem Zweck gibt es in verschiedenen Programmiersprachen eine Reihe von Parameterübergabemechanismen, die wir im Folgenden vorstellen.

Wertaufruf (call-by-value): Dies ist der zuvor beschriebene Übergabemechanismus:

- berechne R-Wert des aktuellen Parameters
- initialisiere formalen Parameter mit diesem Wert
- Typeinschränkung: Typ des R-Wertes muss an den Typ des formalen Parameters anpassbar sein
- Nachteil: da Wertparameter bei der Übergabe kopiert werden, kann dies bei großen Datenstrukturen (z. B. Felder) aufwändig sein

Ergebnisaufruf (call-by-result):

- aktueller Parameter muss L-Wert haben
- formaler Parameter ist zunächst eine lokale, nicht initialisierte Variable in dieser Prozedur
- bei Prozedurende: kopiere den Wert des formalen Parameters in den aktuellen Parameter

Beispiel 3.14 (Ergebnisaufruf in Ada)**.**

```
procedure squareRoot(x: in real; y: out real) is ...
```

Hierbei wird `x` per Wertaufruf ("`in`") und `y` per Ergebnisaufruf ("`out`") übergeben. Aktuelle Aufrufe dieser Prozedur wären:

```
squareRoot (2.0 + z, r) -- ok;
squareRoot (z, 2.0 + r) -- nicht ok
```

Wert-Ergebnisaufruf (call-by-value-result): Dies bezeichnet die Kombination der beiden vorhergehenden Übergabearten:

- aktueller Parameter muss L-Wert haben
- initialisiere formalen Parameter mit R-Wert des aktuellen Parameters
- bei Prozedurende: rückkopieren wie bei Ergebnisaufruf

Referenzaufruf (call-by-reference):

- aktueller Parameter muss L-Wert haben
- formaler Parameter entspricht Zeiger auf aktuellen Parameter
- Initialisierung: $\cdots \langle E \mid M \rangle \vdash^L e_j : l_j \quad \cdots \quad E'' = ...x_j : ref(l_j, \tau_j)$
- ref-Objekte werden wie Zeiger behandelt, aber mit impliziter Dereferenzierung bei ihrer Benutzung:

$$\frac{E \vdash^{lookup} x : ref(l, \tau)}{\langle E \mid M \rangle \vdash^L x : l}$$

$$\frac{E \vdash^{lookup} x : ref(l, \tau)}{\langle E \mid M \rangle \vdash^R x : M(l)}$$

- bei typisierten Sprachen muss der Typ des aktuellen Parameters **äquivalent** zum Typ des formalen Parameters sein

  Zum Begriff der **Typäquivalenz**:
  Hierfür gibt es unterschiedliche Definitionen in verschiedenen Programmiersprachen:

  Namensgleichheit: Typen sind äquivalent $\Leftrightarrow$ Typnamen sind identisch.

Strukturgleichheit: Typen sind äquivalent, falls diese strukturell gleich sind. Zum Beispiel können Verbundtypen mit unterschiedliche Verbundnamen, aber gleichen Komponententypen äquivalent sein.

In den meisten Programmiersprachen ist die Namensgleichheit üblich. In diesem Fall sind im Beispiel

```
type ziffer = [0..9];
type note   = [0..9];
```

die Typen `ziffer` und `note` zwar strukturell gleich, aber bezüglich der Namensgleichheit nicht typäquivalent.

- Potenzielles Problem beim Referenzaufruf:
  Aliasing: Dies bedeutet, dass es unterschiedliche Namen für gleiche Objekte (L-Werte) geben kann.

  ```
  procedure p(x, y: in out integer) is B
  ```

  Dann steht beim Aufruf "`p(i, i)`" sowohl `x` als auch `y` für die gleiche Speicherzellen, was die Gefahr von unüberschaubaren Seiteneffekten hat. Wenn z. B. in B die Anweisungen

  ```
  x := 0;
  y := 1;
  while y > x do ...
  ```

  vorkommen, dann ist bei dem Aufruf "`p(i, i)`" die Bedingung `y > x` nie erfüllt, was vielleicht vom Implementierer dieser Prozedur nicht intendiert ist.

Der Referenzaufruf kann benutzt werden, um z. B. eine universelle Prozedur `swap` zum Vertauschen des Inhaltes zweier Variablen zu definieren (hier: Modula-2, Kennzeichnung des Referenzaufrufs durch "`var`"):

```
procedure swap(var x: integer; var y: integer);
  var z: integer;
begin
  z := x; x := y; y := z
end swap;
⋮
i := 2; a[2] := 42;
swap(i, a[i]);
```

Nach dem Aufruf von `swap` hat `i` den Wert 42 und `a[2]` den Wert 2.

Namensaufruf (call-by-name): Algol-60, Simula-67

- Formale Parameter werden im Rumpf *textuell* durch aktuelle Parameter ersetzt. Hierbei werden jedoch Namenskonflikte gelöst (im Gegensatz zur einfachen Makro-Expansion).

  Beispiel für einen Namenskonflikt:

  ```
  int i; int[] a;
  procedure p(int x) is int i; i = x; end;
  ⋮
  p(a[i]);
  ```

  Das "`int i`" in der Prozedur und das `i` in der Parameterübergabe verursachen einen Namenskonflikt, wenn man im Rumpf der Prozedur `x` einfach durch `a[i]` ersetzen würde.

  Lösung: Benenne in `p` **vor dem Aufruf** lokale Variablennamen so um, dass diese nicht in Konflikt mit den übergebenen aktuellen Parameter stehen.

- Implementierung des Namensaufrufs:
  - Erzeuge für jeden aktuellen Parameter Prozeduren, die die L- und R-Werte dieses Parameters berechnen.
  - Ersetze jedes Vorkommen eines formalen Namenparameters im Rumpf durch den entsprechende Parameterprozeduraufruf.

- Somit werden die aktuellen Parameter bei *jedem* Zugriff auf die entsprechenden formalen Parameter ausgewertet! Dies ermöglicht die folgende Berechnung, die auch als **Jensen-Trick** aus Algol-60 bekannt ist (hierbei werden Wertparameter durch "`value`" gekennzeichnet; alle anderen Parameter sind immer Namenparameter):

  ```
  real procedure sum (i, n, x, y);
    value n;
    integer i, n;
    real x, y;
  begin
    real s; s := 0;
    for i := 1 step 1 until n do s := s + x * y;
    sum := s;
  end;
  ```

  Aufruf: `sum(i, n, a[i], b[i])` $\leadsto$ `a[1] * b[1]` + ⋯ + `a[n] * b[n]`
  (wegen wiederholter Auswertung von `a[i]` und `b[i]`!)

Prozeduren als Parameter:

- in manchen Sprachen zulässig:

```
procedure p(x: int; procedure r(y: int)) is ... r(...) ... end;
```

- Parameterübergabe: call-by-value/-reference, d. h. übergeben wird die (Code-)Adresse der aktuellen Prozedur (und die Umgebung bei lexikalischer Bindung!), die nicht veränderbar ist.
- Pascal: typunsicher: Parametertypen von Prozeduren als Parametern sind unbekannt und werden daher nicht überprüft.
- Modula-3: typsicher und Zuweisung an Prozedurvariablen (z. B. Prozeduren in Records) sind zulässig.
- Eine umfassende Behandlung erfolgt in den funktionalen Programmiersprachen (vgl. Kapitel 5).

3.4.3 Einordnung der Parameterübergabemechanismen

- viele Programmiersprachen bieten mehrere Übergabemechanismen für Prozedurparameter an, z. B.
  - Pascal/Modula: Wert- und Referenzaufruf
  - Ada: Wert- (`in`), Ergebnis- (`out`), Wert/Ergebnis- (`in out`) und Referenzaufruf für Felder
  - Fortran: Referenzaufruf für Variablen, sonst Wertaufruf
  - C: nur Wertaufruf
  - Java: nur Wertaufruf, aber beachte: Objektvariablen (Felder, Verbunde) sind Referenzen, daher wird bei Aufruf nur die Referenz übergeben, das Objekt selbst wird nicht kopiert.

    ```
    public static void first99(List f) {
        f.elem = 99; // globale Aenderung
        f = null;    // lokale Aenderung
    }
    ⋮
    List head = new List();
    head.elem = 3;
    first99(head);  // danach gilt head.elem = 99
    ```

- Namensaufruf (Algol-60, Simula-67): eher historisch wichtig, aber der Namensaufruf ist in abgewandelter Form in der funktionalen Programmierung relevant und wird auch in der Sprache Scala angeboten (dies wird später noch erläutert)
- heute: überwiegend Wert- und Referenzaufruf:
  Wertaufruf $\approx$ Eingabeparameter
  Referenzaufruf $\approx$ Ausgabeparameter bzw. große Eingabeobjekte

- Beachte: Wertaufruf für Zeiger oder Referenzen entspricht (fast) einem Referenzaufruf
- Funktionale Programmiersprachen bieten auch den „faulen Aufruf“ (call-by-need) als Übergabeart (vgl. Kapitel 5).

3.5 Ausnahmebehandlung

Unter einer **Ausnahme** verstehen wir eine Situation, bei der der normale Programmablauf nicht fortgeführt werden kann und daher unterbrochen wird. Man spricht auch von einem **Laufzeitfehler** oder einer **Exception**. Beispiele für typische Ausnahmen sind

- Division durch 0
- Zugriff auf Feldwerte mit undefiniertem Index
- Dereferenzierung eines Zeigers mit Wert `null`
- Öffnen einer nicht vorhandenen Datei

Zuverlässige Programme sollten auch in solchen Situationen nicht abstürzen! Dies gilt insbesondere für Programme zur Kraftwerkssteuerung, Flugzeugsteuerung etc., ist aber natürlich auch für andere Programme wünschenswert. Die Konsequenz ist, dass eine gute Programmiersprache Konstrukte zur Behandlung von Ausnahmen anbieten muss; solche wurden zuerst in PL/I eingeführt.

Das übliche Konzept zum Arbeiten mit Ausnahmen gliedert sich in zwei Teile:

Auslösung von Ausnahmen

- durch das Laufzeitsystem (Illegaler Feldindex, Division durch 0, ...),
- durch das Betriebssystem (Dateien, ...),
- durch den Programmierer (falsche Eingaben, ...),

mittels einer speziellen Anweisung “`raise <Fehlertyp>`”, z. B. könnte der Fehlertyp dann eine Division durch 0 beschreiben.

Behandlung von Ausnahmen durch

- einen speziellen Anweisungsteil in Blöcken oder Prozeduren (z. B. in Ada), der nur bei Ausnahmen in diesem Block oder dieser Prozedur ausgeführt wird, oder
- eine spezielle Anweisung mit Ausnahmebehandler (z. B. in Java). Das Prinzip ähnelt dem Prinzip bei einem Block, die Behandlung ist aber als Anweisung umgesetzt.

Der **Kontrollfluss** beim Auftreten einer Ausnahme ist wie folgt:

- Falls für die Anweisung/Block/Prozedur, in der die Ausnahme auftritt, ein Ausnahmebehandler vorhanden ist, werden die Anweisungen in diesem Behandler ausgeführt.
- Ansonsten wird dieser Block/Prozedur verlassen und die Ausnahme im nächsten umgebenden Block bzw. Prozedur ausgelöst. (evtl. bis zum Hauptprogramm, dies führt dann zu einem Programmabbruch).

Damit entspricht die operationelle Semantik in etwa einer Folge aus wiederholten `break`- und `raise`-Anweisungen, bis schließlich eine Behandlung erfolgt.

Eine weitere wichtige Frage ist die Stelle, an der nach Ausnahmebehandlung das weitergemacht werden soll. Hier bieten sich zwei Alternativen an:

Resumption Model: Fortführung an der Stelle, an der der Fehler auftrat (z. B. in PL/I). Hierbei ergibt sich allerdings ein Problem: Der Ausnahmebehandler kennt in der Regel nicht exakte die Stelle, wo der Fehler auftrat. Damit stellt sich die Frage, wie man man *eine* Behandlung für unterschiedliche Ursachen erreicht. Außerdem ist es manchmal schwierig, den Fehler wirklich zu „reparieren“, um danach sinnvoll weiter zu machen. Daher ist heute das „termination model“ üblich.

Termination Model: Beende den aktuellen Block/Prozedur nach der Ausnahmebehandlung und mache im umgebenden Block bzw. in der aufrufenden Prozedur normal weiter.

Beispiel 3.15 (Ausnahmebehandlung in Ada).

- Programmierer kann Ausnahmen definieren und auslösen
- Ausnahmebehandlung ist Teil jedes Blocks
- Behandlung spezieller Ausnahmetypen
- Folgt dem Termination Model

Beispielprogramm:

```
⋮
Invalid: exception; -- Deklaration einer Ausnahme
begin
  ...
  if Data<0 then raise Invalid; end if;
  ...
exception -- Beginn der Ausnahmebehandlung in diesem Block
  when Constraint_Error => Put ("Error - data out of range");
  when Invalid          => Put ("Error - negative value used");
  when others           => Put ("Some other error occured");
```

```
    -- others ist ein Schluesselwort (default-Behandlung)

end;
```

Beispiel 3.16 (Ausnahmebehandlung in `Java`)**.**

- Programmierer kann Ausnahmen (spezielle Objekte) deklarieren und auslösen
- Ausnahmebehandlung in spezieller Anweisung (`try`/`catch`/`finally`)
- spezielle Behandlung verschiedener Ausnahmetypen
- jede Prozedur (Methode) muss mögliche Ausnahmen behandeln oder explizit deklarieren, z. B.

  ```
  ... p(...) throws exception1, exception2, ...
  ```

  sonst: Compilerfehler (bis auf Standardausnahmen wie `RuntimeException`, d. h. arithmetische Fehler, Feldfehler etc.)
- Folgt dem Termination Model

Syntax der **Ausnahmebehandlung**:

```
try { <normale Berechnung> }
catch (ExceptionTypeA e1) { <Behandlungsblock dieses Ausnahmetyps,
                             wobei e1 Objekt der Ausnahme ist> }
catch (ExceptionTypeB e2) { <Behandlungsblock> }
⋮
finally { <Anweisungen, die immer (mit oder ohne Ausnahme)
           am Ende ausgefuehrt werden: Aufraeumanweisungen
           wie Schliessen von Dateien etc.> }
```

Entweder der `catch`- oder der `finally`-Teil können auch fehlen.

Auslösen von Ausnahmen mittels `throw`-Anweisung:

```
throw new IllegalArgumentException ("negative value");
```

Beispielprogramm

```
⋮
public static void main(String[] args) {
    int i;
    // Pruefe, ob Programm mit Integer-Argumenten aufgerufen wurde:
    try {
        i = Integer.parseInt(args[0]);
```

```
        } catch (ArrayIndexOutOfBoundsException _) {
            // Argument fehlt
            System.err.println ("Bitte Integer-Argument angeben!");
            System.exit(1);
        } catch (NumberFormatException _) {
            // Argument ist keine Zahl
            System.err.println ("Argument muss eine ganze Zahl sein!");
            System.exit(1);
        }
        p(i); // mache mit der normalen Verarbeitung weiter
    }
```

4 Sprachmechanismen zur Programmierung im Großen

In diesem Kapitel wollen wir Sprachmechanismen betrachten, die in Programmiersprachen dazu dienen, große Programme oder Programmsysteme zu erstellen. Da der Begriff „groß" ungenau ist, betrachten wir einige *Merkmale großer Programme*:

- Das Programm wird von mehreren Personen erstellt
- Die prozedurale Abstraktion ist zur Strukturierung alleine unzureichend, daher:
- Unterteilung der Daten und zugehöriger Operationen zu Einheiten, z.B. in einem Flugreservierungssystem: Flüge, Flugzeuge, Wartelisten, ...
- Aufteilung des Systems in Module
- separate Programmierung dieser Module

Mit den bisherigen Sprachmechanismen (prozedurale Abstraktion) ist dies nur unzureichend realisierbar. Notwendig für solchen großen Systeme sind:

- Eine Unterteilung des Namensraumes
- Die Kontrolle/Lösung von Namenskonflikten (lokal frei wählbare Namen)

Die hier vorgestellten Techniken sind weitgehend unabhängig von einem bestimmten Programmierparadigma, daher behandeln wir dies in einem eigenen Kapitel. Für konkrete Beispiele wählen wir trotzdem die imperative Programmierung, viele Konzepte sind auch aber auf funktionale, logische oder nebenläufige Programmiersprachen übertragbar.

4.1 Module und Schnittstellen

Ein **Modul** ist eine Programmeinheit mit einem Namen und folgenden Eigenschaften:

- Es ist logisch oder funktional abgeschlossen (also für eine bestimmte Aufgabe zuständig).
- **Datenkapselung:** Das Modul beinhaltet Daten und Operationen auf diesen Daten.
- **Datenunabhängigkeit:** Die Darstellung der Daten ist unwichtig, d. h. die Darstellung kann auch ausgetauscht werden, ohne dass dies Konsequenzen für den Benutzer des Moduls hat (außer, dass die implementierten Operationen eventuell schneller oder langsamer ablaufen).

- **Informationsverbergung** (information hiding): Die Implementierung dieser Daten und Operationen ist außerhalb des Moduls nicht bekannt.

Somit entspricht ein Modul in etwa einem ADT, wobei in imperativen Programmiersprachen das Modul noch einen lokaler Zustand enthalten kann.

Somit hat ein Modul zwei Sichten:

1. **Implementierungssicht:** Wie sind die Daten/Operationen realisiert?
2. **Anwendersicht:** Welche (abstrakten) Daten/Operationen stellt das Modul zur Verfügung? Dies wird beschrieben durch die **Schnittstelle** des Moduls.

Anmerkungen:

- Die Anwender eines Moduls sollen nur die Schnittstelle kennen, d. h. sie dürfen nur die Namen aus der Schnittstelle verwenden (⇝ information hiding).
- Ein Modul kann durchaus mehrere Schnittstellen haben (z. B. in Modula-3, Java).

Beispiel 4.1 (Modul `Table`).

```
procedure insert (x: string; v: int);
function lookup (x: string): int;
```
} Schnittstelle

```
var maxentry = 1000;
var last = 0;
var table: array [1000] of ...
procedure insert (x: string, v: int) is
   begin ... end
function lookup (x: string): int is
   begin ... end
```
} Implementierung

Module unterteilen den Namensraum in

- sichtbare Namen (hier: `insert`, `lookup`) und
- verborgene Namen (hier: `maxentry`, `last`, `table`).

Ein **Modulsystem**

- prüft den korrekten Zugriff auf Namen,
- vermeidet Namenskonflikte (z.B. sollten identische lokale Namen in verschiedenen Modulen keine Probleme bereiten),
- unterstützt häufig die **getrennte Übersetzung** von Modulen:
  - Übersetzung und Prüfung eines Moduls, auch wenn nur die Schnittstellen (und nicht die Implementierung) der benutzten anderen Module bekannt sind ⇝ unabhängige Softwareentwicklung

  – Erzeugung eines ausführbaren Gesamtprogramms durch einen Binder (Linker)

- unterstützt **Bibliotheken** oder **Pakete**: Zusammenfassung mehrere Module zu größeren Einheiten (z.B. Numerikpaket, Fensterbibliothek, Graphikpakete, ...).

Beispiel 4.2 (Module in Modula-2)**.**
Schnittstellendefinition:

```
DEFINITION MODULE Table;
  (* Liste aller sichtbaren Bezeichner *)
  EXPORT QUALIFIED insert, lookup;
  PROCEDURE insert (x: String; v: INTEGER);
  FUNCTION lookup (x: String): INTEGER;
END Table.
```

Implementierung:

```
IMPLEMENTATION MODULE Table;
  VAR maxentry, last: INTEGER;
  VAR table: ARRAY [1..maxentry] OF ...;

  PROCEDURE insert (x: String; v: INTEGER);
  BEGIN
    ⋮ (* Implementierungscode *)
  END insert;

  FUNCTION lookup (x: String): INTEGER;
  BEGIN
    ⋮ (* Implementierungscode *)
  END lookup;
END Table.
```

Benutzung (Import) eines Moduls:

```
IMPORT Table;
```

oder

```
FROM Table IMPORT insert, lookup;
```

Dadurch sind von nun an die Namen `Table.insert` und `Table.lookup` sichtbar und können wie lokale definierte Prozeduren verwendet werden.

Die **modulare Programmierung** ist also durch folgendes Vorgehen charakterisiert:

- Ein Modul entspricht in etwa einem ADT mit einem internen Zustand.

- Ein Programm entspricht einer Menge von Modulen.
- Gib in den Schnittstellen nur die zur Benutzung notwendigen Bezeichner bekannt.
- Für die Programmausführung: wird der Rumpf des **Hauptmoduls** ausgeführt.

4.2 Klassen und Objekte

Ein Modul in einer imperativen Sprachen kann als ADT mit einem Zustand aufgefasst werden. Wenn so ein Modul importiert wird, wird nur genau eine Instanz (ein Modul existiert ja nur einmal) importiert. Dies hat den Nachteil, dass nicht mehrere Instanzen eines Moduls (z.B. mehrere Tabellen) gleichzeitig verwendet werde können.
Eine Lösung hierzu wurde schon früh in der Sprache Simula-67 vorgestellt: Fasse ein Modul als normalen Datentyp auf, von dem man mehrere Instanzen bilden kann, z. B. mehrere Variablendeklarationen vom Typ dieses Moduls. In diesem Fall spricht man von einer **Klasse**. Eine Klasse

- ist ein Schema für Module (in diesem Zusammenhang **Objekte** genannt),
- entspricht einem Datentyp, und
- unterstützt die Instanzenbildung.

Wir sprechen von einer **klassen- bzw. objektbasierten Sprache**, wenn die Programmiersprache die Definition und Instanzbildung von Klassen unterstützt. Eine **objektorientierte (OO-) Sprache** ist objektbasiert und unterstützt zusätzlich das Prinzip der Vererbung (vgl. Kap. 4.3).
Eine Klassenvereinbarung hat die Form

$$\texttt{class C \{}m_1\texttt{;}\ldots\texttt{;}m_k\texttt{\}}$$

Anmerkungen:

- `C` ist der Name der Klasse, der verwendbar wie ein Datentyp ist, z. B. in einer Variablendeklaration:

  ```
  C x,y,z;
  ```

- $m_1, \ldots, m_k$ sind **Merkmale** der Klasse (in Java: **Mitglieder** bzw. **members**).

  Hierbei ist jedes m_i entweder

  - eine **Attributvereinbarung** (Java: **field**) der Form

$$\tau\ x_1, \ldots, x_n;$$

- oder eine **Methodenvereinbarung** der Form

$$\tau\ \mathtt{p}(\tau_1\, x_1, \ldots, \tau_n\, x_n)\{\ldots\}$$

  Dies entspricht im Wesentlichen einer Funktion oder Prozedur. Im Rumpf von `p` kann auf alle Merkmale der Klasse `C` zugegriffen werden.

- Instanzen der Klasse `C` können mittels

```
new C()
```

  erzeugt werden. Hierdurch wird also eine neue Instanz der Klasse `C` erzeugt, d. h. ein neues Objekt, das alle Merkmale von `C` enthält.

- Der Zugriff auf Merkmale eines Objektes `x` geschieht mittels der Punktnotation $\mathtt{x}.m_i$.
  - Falls m_i ein Attribut ist, dann bezeichnet dies den L- bzw. R-Wert des Attributs.
  - Falls m_i eine Methode ist, dann bezeichnet dies einen Prozeduraufruf mit `x` als zusätzlichem Parameter.

    Bei Abarbeitung des Rumpfes: ersetze jedes Vorkommen eines Merkmals m_j durch $\mathtt{x}.m_j$

    Dynamische Sichtweise (à la Smalltalk): „sende Nachricht m_i an Objekt `x`"

- andere Auffassung: Objekt = Verbund + Operationen darauf + information hiding
- Zur Kontrolle des "information hiding" erlaubt Java die Spezifikation der Sichtbarkeit durch optionale Schlüsselwörter vor jedem Merkmal:
  - `public`: überall sichtbar
  - `private`: nur in der Klasse sichtbar
  - `protected`: nur in Unterklassen und Programmcode im gleichen Paket sichtbar („package", vgl. Kapitel 4.6)
  - *ohne Angabe*: nur im Programmcode des gleichen Pakets sichtbar

Beispiel 4.3 (Klasse für Punkte im 2-dimensionalen Raum).

```
class Point {
    public double x, y;

    public void clear() {
        x = 0;
        y = 0;
    }

    public double distance(Point that) { // distance to that Point
```

```
        double xdiff = x - that.x;  // (1)
        double ydiff = y - that.y;
        return Math.sqrt(xdiff * xdiff + ydiff * ydiff);
    }

    public void moveBy(double x, double y) {
        this.x += x;  // (2)
        this.y += y;
    }
}
```

Anmerkungen:

(1) Hier bezeichnet `x` das Attribut des Objektes, für das die Methode `distance` aufgerufen wird. Dagegen bezeichnet `that.x` das entsprechende Attribut des Parameterobjektes.

(2) Das Schlüsselwort `this` bezeichnet immer das Objekt, für das der momentane Aufruf erfolgt, d. h. `this.x` bezeichnet das Attribut dieses Objektes. Dagegen bezeichnet `x` den Parameter der Methode `moveBy`. In der Sprache Smalltalk wird das Schlüsselwort `self` statt `this` verwendet.

    In diesem Beispiel wäre die Verwendung von `this` vermeidbar durch Umbenennung der Methodenparameter. Im Allgemeinen ist `this` allerdings notwendig, um z.B. das eigene Objekt als Parameter an andere Methoden zu übergeben.

Anwendung der Klasse `Point`:

```
Point p;
p = new Point();
p.clear();
p.x = 80.0;
p.moveBy(1200.0, 1024.0);
// Nun ist p.x == 1280.0 und p.y == 1024.0
```

4.2.1 Operationale Semantik von Objekten

Wir können die operationale Bedeutung von Klassendeklarationen und Objektverwendungen relativ einfach durch Inferenzregeln definieren. Hierbei ignorieren wir aus Gründen der Übersichtlichkeit die Sichtbarkeitsregeln.

Klassendeklaration

$$\langle E \mid M \rangle \quad \texttt{class C \{}m_1; \ldots ; m_k;\texttt{\}} \quad \langle E; C : \mathit{class}\{m_1, \ldots , m_k, E\} \mid M \rangle$$

Die Speicherung der momentanen Umgebung E ist notwendig, um bei späteren Methodenaufrufen die korrekte Deklarationsumgebung zur Verfügung zu haben.

Objektdeklaration

$$\langle E \mid M \rangle \quad \texttt{C x} \quad \langle E; x : (l, C) \mid M[l/\texttt{null}] \rangle$$

mit $l \in free(M)$.
Hier wird die Objektvariable `x` wie eine Referenz auf ein Objekt vom Typ `C` behandelt.

Objekterzeugung

$$\frac{E \vdash^{lookup} x : (l, C) \qquad E \vdash^{lookup} C : class\{\tau_1\, a_1, \ldots, \tau_n\, a_n, \langle Methoden \rangle, E'\}}{\langle E \mid M \rangle \quad \texttt{x = new C()} \quad \langle E \mid M[l/l'][l'/i_1] \ldots [l' + n - 1/i_n] \rangle}$$

wobei $l', \ldots, l' + n - 1 \in free(M)$ und i_j Initialwert vom Typ τ_j, d.h. es wird Speicher für alle Attribute reserviert, aber nicht für die Methoden.

Zugriff auf ein Attribut

$$\frac{E \vdash^{lookup} x : (l, C) \qquad E \vdash^{lookup} C : class\{\tau_1\, a_1, \ldots, \tau_n\, a_n, \ldots\}}{\langle E \mid M \rangle \vdash^{L} x.a_i : M(l) + i - 1} \qquad \text{falls } l \neq \texttt{null}$$

$$\frac{E \vdash^{lookup} x : (l, C) \qquad E \vdash^{lookup} C : class\{\tau_1\, a_1, \ldots, \tau_n\, a_n, \ldots\}}{\langle E \mid M \rangle \vdash^{R} x.a_i : M(M(l) + i - 1)} \qquad \text{falls } l \neq \texttt{null}$$

Methodenaufruf `x.m(...)`

Ein Methodenaufruf wird im Prinzip wie ein Prozeduraufruf behandelt, daher sparen wir uns eine detaillierte Definition. Es existieren aber die folgenden Unterschiede:

- Die Umgebung für die Methodenabarbeitung ist die Umgebung der Klassendeklaration, d. h. die Umgebung, die bei der Deklaration der Klasse gespeichert wurde (s.o.), einschließlich der Deklaration der Klasse selbst, damit auf alle Klassenmerkmale korrekt zugegriffen werden kann.

- Deklariere vor der Abarbeitung des Rumpfes in der lokalen Umgebung

$$\texttt{this} : (l, C) \quad \text{falls } E \vdash^{lookup} x : (l, C)$$

- Ersetze im Rumpf alle sichtbaren Vorkommen von Merkmalen, d. h. alle Attribute und Methoden,) m_i dieser Klasse durch $\texttt{this.}m_i$.

- Die Parameterübergabe ist in Java immer der Wertaufruf, d. h. formale Parameter werden wie lokale Variablen behandelt.

4.2.2 Weitere Konzepte in Klassen und Objekten

Konstruktoren

Konstruktoren sind Methoden zur Initialisierung von Objekten, besitzen aber folgende Eigenschaften:

- Der Name eines Konstruktors ist der Name der Klasse, es existiert aber kein Ergebnistyp.
- Zusätzlich sind auch Parameter für Konstruktoren möglich und auch mehrere Konstruktoren sind für eine Klasse erlaubt, falls deren Parameter unterschiedlich sind.
- Die Konstruktoren werden nach der Objekterzeugung mittels `new` implizit aufgerufen, wobei die aktuellen Parameter die bei “`new`” übergebenen Parameter sind.

Beispiel 4.4 (Konstruktoren)**.**

```
class Point {
  ...
  Point (double x, double y) {
    this.x = x;
    this.y = y;
  }
}

Point p;
p = new Point();         // nur Erzeugung
p = new Point(1.0, 2.0); // Erzeugung mit Konstruktoraufruf
```

Statische Attribute und Methoden

Falls das Schlüsselwort “`static`” vor Attributen oder Methoden steht, dann gehört dieses Merkmal zur Klasse und nicht zu Objekten diese Klasse, d.h.

- es wird nur einmal repräsentiert (auch ohne Existenz von Objekten),
- der Zugriff erfolgt außerhalb der Klasse durch <Klassenname>.m.

Statische Merkmale werden auch *Klassenattribute und -methoden* genannt.

Beispiel 4.5 (Statische Merkmale)**.**

```
class Ident {
    public int nr;

    private static int nextid = 0;
```

```
    public static int currentnr () {
      return nextid;
    }

    Ident () { // Konstruktor
      nr = nextid;
      nextid++;
    }
}
```

Als Effekt erhält jedes `Ident`-Objekt bei seiner Erzeugung eine neue Nummer, die fortlaufend hochgezählt wird. Der Zugriff auf den aktuellen Zählerstand von außen erfolgt mittels `Ident.currentnr()`.

Konstanten und endgültige Methoden

Falls das Schlüsselwort `final` vor Merkmalen steht, dann ist dieses Merkmal nicht weiter veränderbar. Somit gilt:

- `final`-Attribute entsprechen Konstanten.

  ```
  class Math {
    ⋮
    public static final double PI = 3.141592653589793;
    ⋮
  }
  ```

- `final`-Methoden sind in Unterklassen nicht redefinierbar (Unterklassen werden später behandelt).

- `final class C {...}`: Alle Methoden sind implizit "`final`" und es können keine Unterklassen gebildet werden.

`main`-Methode

Beim Start eines Java-Programms mittels

```
> java C <Parameter>
```

erfolgt ein Aufruf der Methode `main` aus der Klasse `C`. Zu diesem Zweck muss in der Klasse `C` die `main`-Methode wie folgt deklariert sein:

```
class C {
  ⋮
  public static void main(String[] args) {
```

```
    ...
  }
}
```

Hierbei bedeuten:

`public`: Die Methode ist öffentlich bekannt.

`static`: `main` ist eine Klassenmethode und kann somit ohne Existenz eines Objektes aufgerufen werden.

`void`: `main` hat keinen Rückgabewert.

`args` ist die Liste der Aufrufparameter.

Reine OO-Sprachen

Konzeptuell ist es elegant, wenn alle Datentypen durch Klassen definiert sind („alles sind Objekte"). Sprachen mit dieser Sichtweise werden auch als *rein objektorientierte Sprachen* bezeichnet, wie dies z. B. in Smalltalk der Fall ist. Diese bieten die Vorteile

- einer einheitlichen Sichtweise (wichtig z. B. bei Generizität)
- und eines uniformen Zugriffs auf alle Objekte (alles sind Referenzen).

Allerdings existieren auch folgende Nachteile:

- Es existiert ein Overhead bei Grunddatentypen (`int`, `bool`, ...), da auch dies immer Referenzen sind.
- Die Sichtweise ist manchmal unnatürlich, z. B. bei der Arithmetik in Smalltalk:
  `3 + 4` ≈ sende an das Objekt "`3`" die Nachricht "`+`" mit dem Parameter "`4`"

Als Ausweg existieren *gemischte OO-Sprachen*, bei denen zwischen einfachen Grunddatentypen (`int`, `bool`, ...) und Klassen unterschieden wird (z. B. in C++ und Java). Als Nachteil ergibt sich jedoch, dass man Prozeduren, die Objekte (Referenzen) als Parameter verlangen, nicht mit einfachen Datentypen aufrufen kann. In Java ist dieses Problem gelöst, indem für jeden primitiven Typ eine entsprechende Klasse existiert, die Objekte dieses Typs repräsentiert.

Beispiel 4.6. Java-Klasse `Integer` für ganze Zahlen

```
Integer obj = new Integer (42); // erzeuge Objekt, das Zahl enthaelt
if (ob.intValue() == ...) ... // Wertzugriff
```

Aktuelle Java-Compiler erledigen die Konversion von primitiven Werten in Objekten und wieder zurück inzwischen automatisch, sodass auch primitive Werte als Parameterobjekte notiert werden können (Auto(un)boxing).
Zusätzlich dienen diese Klassen auch als Sammlung wichtiger Prozeduren, die für die „tägliche Programmierung" recht nützlich sind:

- `obj.toString()` ⇝ Konvertierung zu Stringdarstellung, z.B. `"42"`
- `Integer.parseInt("42")` ⇝ Konvertierung eines Strings in eine Zahl: `42`

Sichtbarkeit von Attributen

Bei unserer Definition der Klasse `Point` sind die Attribute `x` und `y` für alle sichtbar. Hierdurch ergibt sich das potenzielle Problem, dass jeder Benutzer diese ändern könnte. Als Lösung werden die Attribute als "`private`" definiert, was aus softwaretechnischer Sicht in der Regel sinnvoll ist. Zum Beispiel sind in Smalltalk grundsätzlich alle Attribute immer privat (aber in Unterklassen sichtbar), sodass der Zugriff auf Attribute immer über Methoden erfolgt. Dies kann man natürlich auch in Java mit entsprechenden Sichtbarkeitsdeklarationen erreichen:

Beispiel 4.7 (Sichtbarkeitsdeklarationen in Java).

```
class Point {
   private double x, y;

   public double x() { return x; }

   public void setX(double newX) { x = newX; }
   ⋮
}
```

Als Effekt der Sichtbarkeitsdeklarationen ergibt sich:

- Der Zugriff auf ein Attribut geschieht über die entsprechende Methode („getter"-Methode).

  ```
  p.x()
  ```

- Das direkte Setzen ist nicht mehr möglich.

  `p.x = 80.0;` ⇝ `Compilerfehler`

- Die Veränderung von Attributen wird durch Methoden gekapselt („setter"-Methoden).

  ```
  p.setX(80.0);
  ```

4.3 Vererbung

Ein wichtiges Prinzip bei der Softwareentwicklung ist die **Wiederverwendung** existierender Programmteile. Mit den bisherigen Methoden gibt es dazu zwei Möglichkeiten:

- Prozeduren: Diese können benutzt werden, falls der Programmcode weitgehend gleich ist und sich nur durch einige Parameter unterscheidet.
- „cut/copy/paste“: Kopiere den Programmcode und modifiziere diesen. Dies mag gut für die Bezahlung nach „lines of code“ sein, ist aber äußerst schlecht für die Lesbarkeit und Wartbarkeit von Programmen.

Objektorientierte Programmiersprachen bieten hierfür eine weitere strukturierte Lösung an, die **Vererbung**. Hierunter versteht man die Übernahme von Merkmalen einer **Oberklasse** A in eine **Unterklasse** B. Zusätzlich kann man in B neue Merkmale hinzufügen oder Merkmale abändern (überschreiben). Wichtig ist aber, dass man nur diese Änderungen in B beschreiben muss, was zu einer übersichtlichen Struktur führt.

Abbildung 4.1: Vererbungsstruktur

Beispiel 4.8 (Pixel)**.** Pixel (Bildschirmpunkte) sind Punkte und haben eine Farbe.

```
class Pixel extends Point {  // Pixel erbt von Point
  Color color;

  public void clear () {
    super.clear();
    color = null;
  }
}
```

Anmerkungen:

- “`extends Point`”: Erbe alle Merkmale von `Point`. Damit ist `Pixel` eine **Unterklasse** von `Point` und hat die Attribute `x`, `y` (von `Point`) und `color`.
- “`clear()`”: diese Methode existiert auch in Point und wird vererbt, aber in `Pixel` wird diese redefiniert. Ist also `p` ein `Pixel`-Objekt, dann bezeichnet “`p.clear()`” die neu definierte Methode.

- "`super.clear():`" Falls Methoden überschrieben werden, ist die vererbte Methode gleichen Namens nicht mehr zugreifbar. Aus diesem Grund gibt es das Schlüsselwort "`super`", mit dem man auf Methoden der Oberklasse verweisen kann, d. h. `super.clear()` bezeichnet die `clear`-Methode der Oberklasse `Point`.

Zu beachten ist hier der Unterschied zwischen **Überschreiben** und **Überladen**:

Überschreiben: Dies bezeichnet die Redefinition geerbter Methoden (gleicher Name und gleiche Parametertypen). Damit ist die geerbte Methode nicht mehr zugreifbar (außer über das Schlüsselwort `super`).

Überladen: Dies bezeichnet die Definition einer Methode mit gleichem Namen, aber *unterschiedlichen* Parametertypen (auch innerhalb einer Klasse). Damit sind weiterhin beide Methoden (je nach Typ der aktuellen Parameter) zugreifbar.

Beispiel 4.9 (Überladung)**.**

```
class O {
  int    id(int    x) { return  x; }
  double id(double x) { return -x; }
}
```

$\Rightarrow$ `new O().id(1)` $\rightsquigarrow$ `1`
$\Rightarrow$ `new O().id(1.0)` $\rightsquigarrow$ `-1.0`

Überladung (overloading) ist dabei unabhängig von OO-Programmiersprachen, beispielsweise existiert dieses Konzept auch in Ada, funktionalen Sprachen etc. Ein klassischer Fall von Überladung ist die Operation "+":

- `1 + 3` : Addition auf ganze Zahlen
- `1.0 + 3.0` : Addition auf Gleitkommazahlen
- `"af" + "fe"`: Stringkonkatenation

4.3.1 Sichtweisen

Bei der Vererbung sollte man zwei konzeptionelle Sichtweisen unterscheiden:

Modulsichtweise: Durch Vererbung wird ein Modul (Oberklasse) erweitert bzw. modifiziert, d. h. Vererbung entspricht einer Programmmodifikation, wobei nur die Modifikation aufgeschrieben wird.

Typsichtweise: durch Vererbung wird ein **Untertyp** B (ein speziellerer Typ) der Oberklasse A definiert, d. h. B-Objekte können überall eingesetzt werden, wo A-Objekte verlangt werden: „B ist ein A“ (B is-a A), aber mit speziellen Eigenschaften.

- Viele OO-Programmiersprachen unterstützen beide Sichtweisen.

- Die Typsichtweise ist problematisch beim Überschreiben von Methoden, denn dadurch kann die Unterklasse semantisch völlig verschieden von der Oberklassen sein. Beachte: Falls B ein Untertyp von A ist, sollte jedes Element aus B auch ein Element aus A sein.
- Die **Semantische Konformität** (ist jedes B-Element auch ein A-Element?) ist im Allgemeinen unentscheidbar. Aus diesem Grund wird die Konformität abgeschwächt zu einer leichter überprüfbaren Konformität:
  B ist **konform** zu A $:\Leftrightarrow$ B-Objekte sind überall anstelle von A-Objekten verwendbar, ohne dass es zu Typfehlern kommt.

Wie können sichere Typsysteme für OO-Sprachen aussehen, die die Konformität garantierten? Hierzu kann man sich mit folgender Approximation begnügen:

Definition 4.1 (Konformität)**.** *B ist konform zu A, falls für alle Merkmale m von A ein Merkmal m von B existiert mit:*

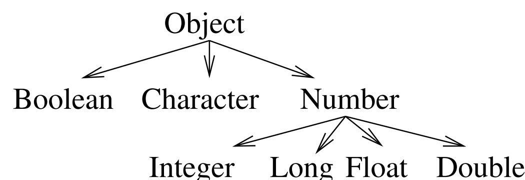
- *Falls m ein Attribut vom Typ τ in A ist, dann ist m ein Attribut vom Typ τ in B*
- *Falls m eine Methode in A mit Typ $\tau_1, \ldots, \tau_n \to \tau$, dann ist m eine Methode in B mit dem Typ $\tau'_1, \ldots, \tau'_n \to \tau'$ und*
  - *τ_i ist Untertyp von τ'_i (**Kontravarianz** der Argumente)*
  - *τ' ist Untertyp von τ (**Kovarianz** der Ergebnisse)*

Pragmatische Lösungen in konkreten Programmiersprachen sind:

- Smalltalk: Keine Konformitätsprüfung, da es keine Parametertypen gibt $\rightsquigarrow$ Laufzeitfehler
- Eiffel: Kovariante Argumenttypen, Prüfung durch Binder, Typunsicherheiten sind bekannt
- Java: Überschreibung erfordert konforme (gleiche) Argumenttypen, sonst wird dies als Überladung interpretiert. Dies ist jedoch eine vereinfachte Darstellung: In Wirklichkeit ist alles überladen und die Auswahl einer Methode erfolgt über einen „most specific match“-Algorithmus.

4.3.2 Polymorphie

Als Beispiel für eine Objekthierarchie betrachten wir die Klassen für primitive Datentypen in Java.



Die Klasse `Object` ist dabei Urklasse aller Objekte, d. h. jede Klasse ohne `extends`-Klausel ist automatisch Unterklasse von `Object`. Dies ist ganz nützlich, um Polymorphie auszudrücken. Hierbei bedeutet **Polymorphie**, dass Objekte oder Methoden mehrere Typen haben können.

Beispiel 4.10 (Polymorphie in Java)**.** Wir betrachten ein Feld mit beliebigen Elementen.

```
Object[] a = new Object[100];
a[1] = new Point();
a[2] = new Integer(42);
a[3] = new Pixel();
```

Beachte: Alle Elemente in `a` haben den Typ `Object`. Dies bedeutet, dass z. B. `a[1].clear()` nicht zulässig ist. Falsch dies gewünscht ist, müssen explizite Typkonversionen (**type cast**) eingefügt werden:

```
((Point) a[1]).clear()
```

Hierbei beinhaltet die Konversion `(Point)` eine Laufzeitprüfung, ob `a[1]` ein `Point`-Objekt ist. Somit führt z. B. `(Point) a[2]` zu einem Laufzeitfehler (`ClassCastException`).

4.3.3 Dynamische Bindung

Bei Vererbung ist zur Compilationszeit im Allgemeinen die Bindung eines Methodennamens zu einer Methode in einer Klasse nicht berechenbar. Dies ist eine Konsequenz der Polymorphie. Die Zuordnung des Methodennamens zu einer Methode wird daher auch als **dynamische Bindung** von Methoden bezeichnet.

Beispiel 4.11 (Dynamische Bindung)**.**

```
Point p;
⋮
p = new Pixel();    // zulässig, da Pixel auch ein Point ist
p.clear();          // Methode in Pixel, da p ein Pixel ist!
p.moveBy(1.0, 1.0); // Methode in Point, da Pixel diese ererbt
```

Operational bedeutet dies: Suche in der Klassenhierarchie, beginnend bei der Klasse des aktuellen Objektes, nach der ersten Definition dieser Methode. Hierbei gibt es allerdings eine Ausnahme: Ein **Konstruktor** ist eine Methode der Klasse, die **nicht** vererbt wird. Wir rekapitulieren das frühere Beispiel:

```
class Point {
  ⋮
```

```
  Point (double x, y) { ... }
}
```

Wie kann man nun die Funktionalität des `Point`-Konstruktors in der Unterklasse nutzbar machen? Dies ist ebenfalls mittels `super` möglich, wobei `super` dann für den Konstruktor der Oberklasse steht (analog dazu steht `this` für den Konstruktor dieser Klasse):

```
class Pixel extends Point {
  ⋮
  Pixel (double x, double y, Color c) {
    super(x, y); // Aufruf des Point-Konstruktors mit x, y
    color = c;
  }
}
```

Dabei müssen `super(...)` bzw. `this(...)` die erste Anweisung im Rumpf sein. Falls diese fehlt, erfolgt ein impliziter Aufruf von `super()`, d. h. es wird der Konstruktor der Oberklasse ohne Argumente aufgerufen. Somit ergibt sich die folgende Reihenfolge der Konstruktorabarbeitung/Objektinitialisierung:

1. Führe den Konstruktor der Oberklasse aus.
2. Initialisiere die Attribute entsprechend ihrer Initialwerte.
3. Führe den Rumpf des Konstruktors aus.

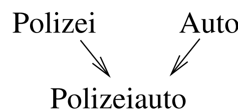
Diese Reihenfolge ist eventuell relevant bei Seiteneffekten in Methodenaufrufen von Konstruktoren.

4.4 Schnittstellen

Unter der **Schnittstelle einer Klasse** verstehen wir die Menge aller anwendbaren Merkmale dieser Klasse. Falls die Schnittstelle keine Attribute enthält, entspricht dies einem ADT, da nur die Operationen sichtbar sind. Die Vererbung entspricht dann der Erweiterung von Schnittstellen.

Mehrfachvererbung bedeutet, dass aus mehreren Oberklassen vererbt wird. Dies ist manchmal dadurch motiviert, dass man Funktionalität aus verschiedenen vorhandenen Klassen gemeinsam nutzen will. Hierbei können allerdings einige Probleme auftreten:

- Konflikte bei namensgleichen Merkmalen in Oberklassen
  (Lösung: explizite Beseitigung der Konflikte, z. B. in C++, Eiffel)
- Mehrfachvererbung kann leicht zu einer falschen Problemmodellierung führen:



Dies ist eine falsche Modellierung, denn ein Polizeiauto ist keine Polizei, sondern nur ein Auto.

- Smalltalk, Java: nur Einfachvererbung erlaubt
- Java: Mehrfachvererbung nur für Schnittstellen (s.u.)

4.4.1 Abstrakte Klassen

Wichtig ist bei einem guten Entwurf, logisch zusammengehörige Teile zusammenzufassen und diese möglichst wiederzuverwenden. Häufig trifft man dabei auf folgende Situation: Verschiedene Module/Klassen haben gemeinsame Teile, sind aber nicht Untertyp einer gemeinsamen realen Oberklasse. Hier kann man sich durch das Entwurfsprinzip der **Faktorisierung** behelfen: Verschiebe gemeinsame Anteile in eine gemeinsame Oberklasse. Falls diese Oberklasse keine Instanzen hat, spricht man von einer **abstrakten Klasse**. Damit ist die Charakteristik abstrakter Klassen, dass einige Merkmale zwar bekannt sind, andere Merkmale aber in Unterklassen definiert werden.

Beispiel 4.12 (Abstrakte Klasse)**.** Die betrachtete Klasse `Benchmark` istabstrakt, da ein konkreter Benchmark noch unbekannt ist.

```
abstract class Benchmark {   // abstract: enthaelt mind. eine
                             //           abstrakte Methode
  abstract void benchmark(); // abstract: der Rumpf ist unbekannt

  public long repeat(int count) {
    long start = System.currentTimeMillis();
    for (int i = 0; i < count; i++) benchmark ();
    return (System.currentTimeMillis() - start);
  }
}
```

Beachte: Der Aufruf "`new Benchmark()`" ist nicht erlaubt! Als Beispiel betrachten wir nun einen konkreten Benchmark zur Zeitmessung für Methodenaufrufe:

```
class MethodBenchmark extends Benchmark {
  void benchmark() { } // leerer Rumpf, d.h. nur Aufruf wird gemessen

  public static void main(String[] args) {
    int count = Integer.parseInt(args[0]);
    long time = new MethodBenchmark().repeat(count);
    System.out.println("msecs: " + time);
  }
}
```

Damit ergeben sich die folgenden Merkmale abstrakter Klassen:

- Einige Teile der Implementierung sind bekannt, andere nicht.
- Es existieren keine Objekte dieser Klasse.
- Falls alle Implementierungsteile unbekannt sind, aber die Merkmalsnamen/-typen festgelegt sind, dann entspricht dies einem Interface in Java, was wir als Nächstes erläutern.

4.4.2 Interfaces in Java

Interfaces sind eine Technik zur besseren Abstraktion/Modularisierung und zur Realisierung von Mehrfachvererbung. Ein **Interface** entspricht einer abstrakten Klasse, die nur abstrakte Methoden (und Konstanten) enthält. Jede Klasse kann *beliebig viele* Interfaces implementieren, d. h. sie muss für jede Interface-Methode eine Methode gleichen Namens und Typs enthalten.

Beispiel 4.13 (Interface für Tabellen).

```
interface Lookup {  // statt abstract class
  Object lookup(String name);
}
interface Insert {
  void insert(String name, Object value);
}
```

Interfaces können wie abstrakte Klasse benutzt werden:

```
void processValues (String[] names, Lookup table) {
    // table ist Objekt einer Klasse, die Lookup implementiert
    ...
    table.lookup(...);
    ...
}
```

Konkrete Implementierung einer Tabelle:

```
class MyTable implements Lookup, Insert {
  private String[] names;
  private Object[] values;
  ... // Implementierung von lookup() + insert()
}
```

Da Interfaces nichts implementieren, werden die Konflikte, die bei Mehrfachvererbung auftreten können, vermieden.

4.5 Generizität

Wir haben gesehen, dass Klassen und Module ADTs entsprechen. In Kapitel 2.2.4 haben wir als Verallgemeinerung auch *parametrisierte ADTs* kennengelernt. Damit stellt sich die Frage, ob es auch ein ähnliches Konzept für parametrisierte Klassen oder Module in Programmiersprachen gibt. Tatsächlich sind entsprechende Konzepte zur **Generizität** in verschiedenen Programmiersprachen entwickelt worden. In OO-Programmiersprachen sind (Typ)Parameter Objekttypen. Betrachten wir dazu Listen mit beliebigen Objekten als Elemente:

```
class List {
  Object elem;
  List next;
}
```

Da der Elementtyp `Object` ist, können die Listen beliebige Objekte als Elemente enthalten. Der Nachteil ist allerdings, dass damit keine *uniformen Listen* (z. B. `Integer`- oder `Character`-Listen, etc.) garantiert werden können, wodurch es leicht zu Programmierfehlern kommen kann. Um dies zu vermeiden, gibt es in existierenden Programmiersprachen verschiedene Ansätze.

- In Ada und Modula-3 gibt es Module mit Parametern.

  ```
  GENERIC MODULE List(Elem)
    ⋮
    ... Elem.type ...
    ⋮

  MODULE IntList = List(IntegerElement)
  END IntList;
  ```

- Eiffel erlaubt Klassen mit Parametern

  ```
  class List[T] ...
  ```

  wobei `T` ein Typparameter ist.

- Java hat ab Version 5 eine Erweiterung um Generizität (**generics**).

  ```
  class List<etype> {
      etype elem;
      List<etype> next;
  }
  ```

  Bei der Instanzbildung muss der konkreten Typ angegeben werden:

```
List<String> names;
```

- Funktionale Programmiersprachen wie Haskell oder SML erlauben parametrischen Polymorphismus bei Datentypen und Funktionen (→ Kapitel 5).

4.6 Pakete (packages)

Pakete dienen der Strukturierung von Klassen zu größeren Einheiten (packages in Java).

- Jede Klasse gehört zu einem Paket, das zu Beginn des Programms angegeben wird.

  ```
  package mh.games.tetris;
  ```

- Jede Klasse eines Pakets ist ansprechbar über ihren Paketnamen (Vermeidung von Namenskonflikten).

  ```
  java.util.Date now = new java.util.Date();
  ```

  Hierbei ist `java.util` der Paketname und `Date` der Name der Klassen in diesem Paket.

- Durch den Import einzelner Klassen oder kompletter Pakete können die Klasse oder die im Paket enthaltenen Klassen sichtbar gemacht werden.

  ```
  import java.util.Date; // oder java.util.*: alle Klassen
  ⋮
  Date now = new Date();
  ```

- Viele Pakete sind in der Java API vorhanden, z. B.
  - `java.applet`: alles für Applet-Programmierung
  - `java.awt`: Graphik, Fenster etc.

5 Funktionale Programmiersprachen

Imperative Programmiersprachen basieren auf der *Zuweisung* als einfachste Anweisung. Da jede Zuweisung ein *Seiteneffekt* auf Objektwerten ist, kann man die imperative Programmierung auch als „*seiteneffektbasierte Programmierung*“ interpretieren. Dies führt häufig zu Problemen:

- Die Effekte von Programmeinheiten (z. B. Prozeduren, Funktionen) sind schwer kontrollierbar.
- Es können viele kleine Fehler durch falsche Reihenfolgen (`i++` statt `++i`, ...) passieren.
- Die Auswertungsreihenfolge ist auch im Detail sehr relevant.

Beispiel 5.1 (Auswertungsreihenfolge in C)**.**

```
x = 3;
y = (++x) * (x--);
```

Hier ist das Ergebnis von `y` abhängig von der Auswertungsreihenfolge des `*`-Operators.

Beispiel 5.2 (Typische Fehlerquellen in imperativen Sprachen)**.** Wir betrachte eine imperative Implementierung der Fakultätsfunktion.

```
int fac(int n) {
  int z = 1;
  int p = 1;
  while (z < n + 1) {
    p = p * z;
    z++;
  }
  return p;
}
```

Schon bei diesem kleinen Programm gibt es viele mögliche Fehlerquellen:

- Initialisierung: `z = 0` oder `z = 1`? Ebenso für `p`?
- Abbruchbedingung: `z < n + 1` oder `z < n` oder `z <= n`?
- Reihenfolge bei Zuweisungen: `z++` hinter oder vor `p = p * z`?

Dagegen ist die mathematische Definition wesentlich klarer und daher weniger fehleranfällig:

$$
\begin{aligned}
fac(0) &= 1 \\
fac(n) &= n * fac(n-1) \quad \text{falls } n > 0
\end{aligned}
$$

Funktionale Programmiersprachen besitzen die folgenden Charakteristika:

- Es gibt keine Zuweisung und damit keine Seiteneffekte.
- Es gibt keine Anweisungen oder Prozeduren, sondern nur Ausdrücke und Funktionen.
- Außerdem sind Funktionen „Werte 1. Klasse “ (first class values/citizens), d. h. sie können selbst Argumente oder Ergebnisse von Funktionen sein (⇝ Funktionen höherer Ordnung).

Ein wichtiges Prinzip rein funktionaler Programmiersprachen ist:

Der Wert eines Ausdrucks hängt nur von den Werten seiner Teilausdrücke und nicht vom Zeitpunkt der Auswertung ab!

Dieses Prinzip wird auch als **referentielle Transparenz** bezeichnet. Als Konsequenz dieses Prinzips ergibt sich:

- Der Wert eines Ausdrucks wie `x+y` hängt nur von den Werten von `x` bzw. `y` ab.
- Variablenänderungen in Ausdrücken wie z. B. in “`(++x) * (x-)`”, sind unzulässig.
- Variablen sind Platzhalter für Werte (wie in der Mathematik) und keine Namen für veränderbare Speicherzellen.
- Funktionen haben keine Seiteneffekte.

Ohne diese Konsequenzen könnte man leicht Programme konstruieren, bei denen die Reihenfolge der Auswertung arithmetischer Ausdrücke relevant ist.

Beispiel 5.3 (Relevanz der Auswertungsreihenfolge).

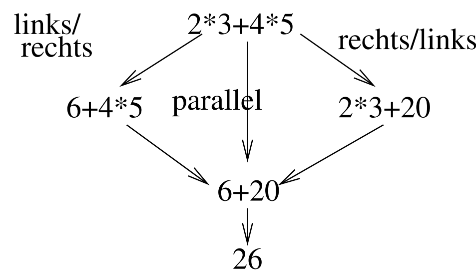
```
var y, z: int;

function f(x: int): int is
begin
   z := 2;
   return (2 * x)
end;
⋮
z := 1;
y := f(2) * z;
```

→ Bei Links-Rechts-Auswertung der Multiplikation: `y = 8`

→ Bei Rechts-Links-Auswertung der Multiplikation: `y = 4`

Vorteile der referentiellen Transparenz sind:

- Das mathematische Substitutionsprinzip ist gültig (Ersetzen eines Ausdrucks durch seinen Wert).
- Es existiert eine einfache operationale Semantik („Gleiches durch Gleiches ersetzen“).
- Das Prinzip ermöglicht einfache eine Optimierung, Transformation, und Verifikation von Programmen. Bei dem obigen Beispiel ist die Ersetzung von `f(2)` durch `4` im Programmcode eine unzulässige Optimierung.
- Das Prinzip ermöglicht eine flexible Auswertungsreihenfolge:



  Dier erlaubt eine einfache Ausnutzung paralleler Rechnerarchitekturen.

- Es entstehen lesbare, zuverlässige, weniger fehleranfällige Programme, da die Reihenfolgen von Zuweisungen nicht relevant sind.

Betrachten wir hierzu ein weiteres Beispiel.

Beispiel 5.4 (Sortieren mittels Quicksort)**.** Die klassische Formulierung in einer imperativen Sprache sieht etwa wie folgt aus:

```
procedure qsort(l, r: index);
var i,j: index; x, w: item
begin
   i := l; j := r;
   x := a[(l + r) div 2];
   repeat
      while a[i] < x do i := i + 1;
      while x < a[j] do j := j - 1;
      if i <= j then
      begin w := a[i]; a[i] := a[j]; a[j] := w;
         i := i + 1; j := j - 1
      end
   until i > j;
   if l < j then qsort(l, j);
```

```
    if i < r then qsort(i, r);
  end
```

Hier kann man sehr viele Fehler machen, z. B. bei der Initialisierung, bei der Wahl der Abbruchbedingungen, der Reihenfolge der Zuweisung etc. Dies führt dazu, dass man es wohl kaum schafft, die erste Version des Programms fehlerfrei aufzuschreiben. Dagegen ist die Formulierung von Quicksort als funktionales Programm viel klarer und auch weniger fehleranfällig:

```
qsort []    = []
qsort (x:l) = qsort (filter (< x) l) ++ x : qsort (filter (>= x) l)
```

Im Folgenden schauen wir uns die Syntax und Semantik funktionaler Programmiersprachen genauer an, um die Bedeutung dieses Programms genau zu verstehen. Als konkrete funktionale Programmiersprache betrachten wir die Sprache Haskell[1], die heutzutage als Standard für eine moderne rein funktionale Sprache gilt.

5.1 Syntax funktionaler Programmiersprachen

Ein **funktionales Programm** ist eine Menge von Funktionsdefinitionen (und Datentypdeklarationen, diese behandeln wir jedoch später). Eine **Funktionsdefinition** ist ähnlich wie in imperativen Sprachen, allerdings ist der Rumpf nur ein Ausdruck, da es keine Seiteneffekte gibt. Konkret erfolgt die Definition einer Funktion durch eine **Gleichung** oder **Regel**:

$$\texttt{f}\ \texttt{x}_1\ \ldots\ \texttt{x}_n\ \texttt{=}\ \texttt{e}$$

Hier ist `f` der Funktionsname, $\texttt{x}_1,\ldots,\texttt{x}_n$ die Parameter der Funktion und `e` der Rumpf der Funktion.

Beispiel 5.5 (Funktionsdefinition)**.** Wir betrachten eine Funktion zum Quadrieren.

```
square x = x * x
```

Bei Funktionsdefinitionen ist Folgendes zu beachten:

- Die Anwendung von Funktionen auf Argumente erfolgt durch Hintereinanderschreibung, statt `f(x1,...,xn)` schreibt man `f x1 ... xn` oder auch `(f x1 ... xn)`.
- Die übliche Infixschreibweise bei (mathematischen) Operatoren ist zulässig, wie z. B. bei `3*4`.
- Das Ausrechnen einer Funktion entspricht der Ersetzung des Aufrufs durch den Rumpf, wobei die formalen Parameter durch die aktuellen Argumente ersetzt werden:

[1] `http://www.haskell.org`

```
square 5  → 5 * 5 → 25
```

- In Funktionsdefinition sind auch mehrere Alternativen mit Bedingungen möglich:

```
f x1 ... xn | b1 = e1
            | b2 = e2
            ⋮
            | bn = en
```

wobei `bn` auch `otherwise` sein kann, was für `True`, also immer erfüllt, steht.

Beispiel 5.6 (Bedingte Alternativen)**.**

```
fac n | n == 0 = 1
      | n >  0 = n * fac (n - 1)
```

Alternativ kann `fac` auch mit einer Fallunterscheidung definiert werden als

```
fac n = if n == 0 then 1 else n * fac (n - 1)
```

Ein deutlich besser lesbarere Alternative zur Definition mittels bedingten Alternativen bieten **musterorientierte Definitionen**

- Es gibt mehrere Gleichungen für eine Funktion.
- Muster (Datenterme) statt Variablen werden als formale Parameter verwendet.
- Bedeutung: wende Regel an, falls das Muster „passt“

Vorteil des musterorientierten Stils sind:

- kurze, prägnante Definitionen
- leicht lesbar
- leicht verifizierbar

Als Beispiel betrachten wir die Funktion `and` zur Konjunktion boolescher Werte:

- Musterorientiert:

```
and True  x = x
and False x = False
```

- mit Bedingungen:

```
and x y | x == True  = y
        | x == False = False
```

- mit Fallunterscheidung:

```
and x y = if x == True then y else False
```

5.1.1 Datentypen

In Haskell sind folgende elementare Typen wie üblich vordefiniert:

Wahrheitswerte: Typ `Bool`, Konstanten: `True`, `False`

Ganze Zahlen: Typ `Int` (oder `Integer` für beliebig große Zahlen), Konstanten: `0`, `1`, `-2`, ...

Gleitkommazahlen: Typ `Float`, Konstanten: `0.0`, `1.5e-2`, ...

Zeichen: Typ `Char`, Konstanten: `'a'`, `'b'`, `'\n'`, ...

Zeichenketten: Typ `String` (Liste von `Char`), z. B. `"abcd"`

Eine Besonderheit funktionaler Sprachen ist die einfache Definition neuer **(algebraischer) Datentypen** durch Aufzählung der Konstruktoren (die entspricht Vereinigungstypen), wobei auch eine Parametrisierung erlaubt ist. Die allgemeine Form einer Datentypdefinition ist:

$$\texttt{data}\ T\ a_1\ \ldots\ a_n\ \texttt{=}\ C_1\ \tau_{11}\ \ldots\ \tau_{1m_1}\ \texttt{|}\ \ldots\ \texttt{|}\ C_k\ \tau_{k1}\ \ldots\ \tau_{km_k}$$

Hierbei sind

- T der Name des neuen Datentyps (Typname),
- $a_1, \ldots, a_n$ Typvariablen ($n \geq 0$), d. h. die Parameter des generischen Datentyps,
- $C_1, \ldots, C_k$ die Konstruktoren des Datentyps ($k > 0$), und
- $\tau_{i1}, \ldots, \tau_{im_i}$ die Argumenttypen des Konstruktors C_i ($m_i \geq 0$ für alle i), die aufgebaut sind aus anderen Typnamen und $a_1, \ldots, a_n$.

Mittels algebraischer Datentypen können wir verschiedene andere Typstrukturen definieren:

- Aufzählungstypen:

```
data Bool  = True | False
data Color = Red | Yellow | Blue | Green
```

- Parametrisierte Listen:

```
data List a = Nil | Cons a (List a)
```

In Haskell sind diese mit einer bestimmten Syntax vordefiniert: Wir schreiben "`[`τ`]`" statt "`List` τ" und "`:`" statt "`Cons`", wobei "`:`" als rechtsassoziativer Infixoperator definiert ist. So können wir die Liste mit den Elementen 1,2,3 in Haskell wie folgt schreiben:

```
1:(2:(3:[]))   1:2:3:[]    [1,2,3]
```

- Binärbäume:

```
data BTree a = Leaf a | Node (BTree a) (BTree a)
```

So ist `Node (Leaf 1) (Node (Leaf 2) (Leaf 3)) :: BTree Int` ein möglicher Wert eines Binärbaumes über `Int`-Zahlen. Hierbei bedeutet "e `::` τ", dass der Ausdruck e den Typ τ hat.

- Wir können auch allgemeine Bäume definieren, wobei die Knoten nun Listen von Teilbäumen besitzen können:

```
data Tree a = Leaf a | Node [Tree a]
```

- Tupel sind vordefiniert:

  `(`e_1`, ..., `e_n`) :: (`τ_1`, ..., `τ_n`)` ist ein Tupel, falls e_i `::` τ_i für $i = 1, \ldots, n$ gilt. So ist z. B. `(1, True, 'a') :: (Int, Bool, Char)` ein gültiges Tupel.

5.1.2 Allgemeine Funktionsdefinition

Allgemein können in Haskell Funktionen durch mehrere Gleichungen der Form

```
f t1 ... tn | b1 = e1
            | b2 = e2
            ⋮
            | bn = en
```

definiert werden. Hierbei sind

- `f` der Funktionsname,
- $t_1, \ldots, t_n$ Muster, bestehend aus Konstruktoren und Variablen, wobei jede Variable höchstens einmal vorkommt,
- $b_1, \ldots, b_n$ boolesche Ausdrücke,
- $e_1, \ldots, e_n$ beliebige Ausdrücke, bestehend aus Variablen, Konstruktoren und Funktionsaufrufen, wobei die b_i und e_i nur Variablen aus $t_1, \ldots, t_n$ enthalten dürfen.

Beispiel 5.7 (Funktionsdefinition)**.** Konkatenation von Listen

```
conc []     ys = ys
conc (x:xs) ys = x : (conc xs ys)
```

Diese ist bereits vordefiniert in Haskell als Infixoperator "++".

Beachte bei Funktionsdefinitionen Folgendes:

- Der musterorientierter Stil bedeutet keine Erhöhung der Berechnungsstärke, sondern sort für eine klarere Programmstruktur.
- Muster in linken Regelseiten entsprechen einer Kombination aus Prädikaten (hat das Argument diese Form?) und Selektoren (Zugriff auf Teilargumente). Somit vereinfachen Muster die Funktionsdefinitionen.

Beispiel 5.8 (Konkatenation ohne Muster)**.** Ohne Muster benötigen wir folgende Hilfsfunktionen als Selektoren:

- `head xs`: erstes Element von `xs`
- `tail xs`: Rest von `xs` (ohne `head xs`)

Nun können wir `conc` so definieren:

```
conc xs ys = if xs == []
             then ys
             else (head xs) : (conc (tail xs) ys)
```

Hier ist die Definition ohne Muster noch relativ einfach. Dies kann aber bei mehreren Regeln aufwändig werden:

```
or True  x     = True
or x     True  = True
or False False = False
```

müsste man ohne Muster schreiben als

```
or x y = if x == True
         then True
         else if y == True
              then True
              else if x == False && y == False
                   then False
                   else error "..."  -- undefiniert, kommt nicht vor
```

Eine weitere Übersetzungsalternative ist die Verwendung von `case`-Ausdrücken, diese werden intern in Haskell auch zur Umsetzung des musterorientierten Stils verwendet.

`case`-Ausdrücke besitzen im Allgemeinen die folgende Form:

$$
\begin{array}{l}
\texttt{case}\ e\ \texttt{of} \\
\quad C_1\ x_{11} \dots x_{1r_1}\ \rightarrow e_1 \\
\quad \vdots \\
\quad C_k\ x_{k1} \dots x_{kr_k}\ \rightarrow e_k
\end{array}
$$

wobei e ein Ausdruck vom Typ τ, $C_1, \dots, C_k$ Konstruktoren des gleichen Datentyps τ und x_{ij} Selektorvariablen sind, die in e_i benutzt werden können. Die Vorteile von `case`-Ausdrücken gegenüber `if-then-else` sind:

- implizite Selektoren durch die Selektorvariablen x_{ij}
- mehr als zwei Alternativen sind möglich

Beispiel 5.9 (`case`-Ausdrücke)**.**

```
conc xs ys = case xs of
               []   → ys
               z:zs → z : cons zs ys
```

Funktionale Programmiersprachen haben zudem einen „Pattern-Matching-Compiler“:

- Dieser dient der Übersetzung mehrerer Gleichungen für eine Funktion f in eine Gleichung der Form
$$f\ x_1 \dots x_n = e$$
wobei in e auch `case`-Ausdrücke vorkommen können (vgl. `conc`).
- Die Strategie des Pattern Matching ist:
  - Teste für jede Regel die Muster von links nach rechts.
  - Probiere alle Regeln von oben nach unten aus.
  - Verwende die erste passende Regel.

5.2 Operationale Semantik

Das Grundprinzip der Auswertung bei funktionalen Programmiersprachen ist die Ersetzung „Gleiches durch Gleiches“ mittels der Anwendung von Funktionsgleichungen/Regeln von links nach rechts. Aus diesem Grund ist es wichtig festzulegen, wann eine Regel anwendbar ist. Da in Regeln auch Muster vorkommen können, verlangt dieser Begriff einige Vorbereitungen.

Definition 5.1 (Ausdruck)**.** *Ein **Ausdruck** ist eine Variable x oder eine Anwendung $(f\ e_1 \dots e_n)$, wobei f eine Funktion oder ein Konstruktor ist und $e_1, \dots, e_n$ wiederum Ausdrücke sind ($n \geq 0$).*

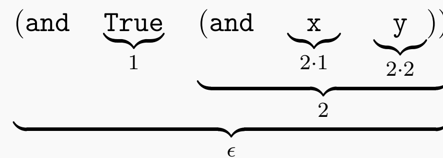
Wir ignorieren hier zunächst die Forderung nach Wohlgetyptheit, denn darauf gehen wir in einem späteren Kapitel ein.

Definition 5.2 (Position). *Eine **Position** ist eine Liste natürlicher Zahlen, die einen Teilausdruck identifiziert.*

Definition 5.3 (Teilausdruck). *Ein **Teilausdruck** $e|_p$ („e an der Stelle p“), wobei p eine Position im Ausdruck e ist, ist formal wie folgt definiert:*

$$e|_\epsilon = e \qquad (\epsilon\text{: leere Liste, Wurzelposition})$$
$$(f\, e_1 \dots e_n)|_{i \cdot p} = e_i|_p$$

Beispiel 5.10 (Ausdruck und Positionen).



Definition 5.4 (Ersetzung). *Die **Ersetzung** eines Teilausdrucks in einem Ausdruck e an der Position p durch einen neuen Teilausdruck t wird durch $e[t]_p$ notiert. Formal ist dies wie folgt definiert:*

$$e[t]_\epsilon = t$$
$$(f\, e_1 \dots e_n)[t]_{i \cdot p} = (f\, e_1 \dots e_{i-1}\, e_i[t]_p\, e_{i+1} \dots e_n)$$

Definition 5.5 (Substitution). *Eine **Substitution** ist eine Ersetzung von Variablen durch Ausdrücke, wobei gleiche Variablen durch gleiche Ausdrücke ersetzt werden. Wir notieren Substitutionen in der Form*

$$\sigma = \{x_1 \mapsto t_1, \dots, x_n \mapsto t_n\}$$

Die Formalisierung der Anwendung einer Substitution auf einen Ausdruck ist gegeben als:

$$\sigma(x_i) = t_i \qquad (i = 1, \dots, k)$$
$$\sigma(x) = x \qquad \text{falls } x \neq x_i \text{ für alle } i = 1, \dots, k$$
$$\sigma(f\, e_1 \dots e_n) = f\ \sigma(e_1) \dots \sigma(e_n)$$

Damit haben wir nun alle Begriffe bereitgestellt, um einen Ersetzungsschritt („ersetze Gleiches durch Gleiches“) zu definieren.

Definition 5.6 (Ersetzungsschritt, Redex)**.** *Ein **Ersetzungsschritt**, geschrieben*

$$e \to e'$$

*ist möglich, falls $l = r$ eine Funktionsgleichung ist, p eine Position in e und σ eine Substitution mit $\sigma(l) = e|_p$ und $e' = e[\sigma(r)]_p$. In diesem Fall heißt $e|_p$ auch **Redex** (reducible expression) von e.*

Eine funktionale Berechnung ist eine Folge von Ersetzungsschritten. Wenn der sich ergebende Ausdruck keine definierten Funktionen mehr enthält, ist diese erfolgreich.

Definition 5.7 (Erfolgreiche Berechnung)**.** *Eine **erfolgreiche Berechnung** eines Ausdrucks e ist eine endliche Folge*

$$e_1 \to e_2 \to \cdots \to e_n$$

wobei e_n keine definierten Funktionen enthält. In diesem Fall heißt e_n auch Wert von e_1:

$$e_n = value(e_1)$$

Bisher haben wir nur Funktionsregeln ohne Bedingungen betrachtet. Im allgemeinen Fall sind einige Erweiterungen einzubeziehen:

1. Regeln für `if-then-else`: `if-then-else`-Ausdrücke können wir als Funktionsanwendung in mixfix-Schreibweise auffassen, die durch folgende Regeln definiert sind:

```
if True  then x else y = x
if False then x else y = y
```

2. Regeln für `case`: Dies entspricht einem Regelschema, ist also keine wirkliche Funktionsregel.

```
(case (C x1...xn) of { ...; C x1...xn →e; ... }) = e
```

3. Bedingte Regeln: Transformiere eine bedingte Gleichung der Form

```
l | b1 = r1
  ⋮
  | bk = rk
```

in eine unbedingte Gleichung der Form

```
l = if b1 then r1 else
    if b2 then r2 else
    ⋮
    if bk then rk else error ...
```

4. Primitive Funktionen: Diese können wir so interpretieren, dass sie durch eine unendliche Menge von Gleichungen definiert sind, wie z.B.

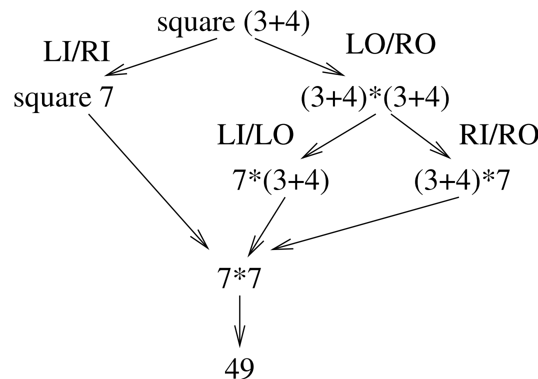
```
0 + 0 = 0        3 <  5 = True
⋮                ⋮
3 + 4 = 7        3 == 5 = False
⋮                ⋮
```

5.2.1 Auswertungsstrategien

Im Allgemeinen gibt es mehrere mögliche Berechnungen für einen gegebenen Ausdruck. Betrachten wir z. B. die Funktion

```
square x = x * x
```

Dann gibt es für den Ausdruck “`square (3 + 4)`” folgende Berechnungen:



Eine **Auswertungsstrategie** legt für jeden Ausdruck den zu ersetzenden Redex fest. Wichtige Auswertungsstrategien sind beispielsweise

Innermost Der ersetzte Redex enthält keine anderen Redexe.

Leftmost Innermost (LI) Der ersetzte Redex ist der linkeste innerste.

Rightmost Innermost (RI) Der ersetzte Redex ist der rechteste innerste.

Outermost Der ersetzte Redex ist nicht Teil eines anderen Redex.

Leftmost Outermost (LO) Der ersetzte Redex ist der linkeste äußerste.

Rightmost Outermost (RO) Der ersetzte Redex ist der rechteste äußerste.

Funktionale Sprachen können anhand ihrer Auswertungsstrategie in strikte und nichtstrikte Sprachen unterschieden werden.

Strikte funktionale Sprachen (Lisp, Scheme, SML): Diese Sprachen verwenden die LI-Strategie, außer bei `if-then-else`- und `case`-Ausdrücken, denn diese werden outermost ausgewertet. Dies entspricht der Parameterübergabe call-by-value.

Nicht-strikte funktionale Sprachen (Miranda, Gofer, Haskell): Diese Sprachen verwenden die LO-Strategie, dies entspricht der Parameterübergabe call-by-name.

Im obigen Beispiel führen alle Strategien zum gleichen Ergebnis. Dies muss nicht immer so sein, allerdings gilt der folgende Satz:

Satz 5.1 (**Konfluenz/Eindeutigkeit der Werte**). *Falls für einen Ausdruck e zwei Ableitungen*

$$e \to \cdots \to e_1$$

und

$$e \to \cdots \to e_2$$

existieren, wobei e_1, e_2 Werte sind, dann gilt: $e_1 = e_2$. Dies gilt unter folgender Voraussetzung: Alle Regeln $l = r$ und $l' = r'$ sind

nicht überlappend: $\sigma(l) \neq \sigma(l')$ $\forall$ *Substitutionen* σ, *oder*

trivial überlappend: *falls σ existiert mit $\sigma(l) = \sigma(l')$, dann ist auch $\sigma(r) = \sigma(r')$.*

Spielt damit die Strategie keine Rolle? Doch, denn die LO-Strategie kann Werte berechnen für Ausdrücke, bei denen LI nicht terminiert.

Beispiel 5.11 (Berechnungsstärke)**.** Gegeben sei das folgende Programm.

```
f x = f (x + 1)
p x = True
```

Dann berechnen die Strategien für `p (f 0)` folgende Ableitungen:
LI: `p (f 0)` $\to$ `p (f (0 + 1))` $\to$ `p (f 1)` $\to$ `p (f (1 + 1))` $\to$ `p (f 2)` $\to$ ...
LO: `p (f 0)` $\to$ True

Ist LO damit grundsätzlich besser als LI? Leider nicht, denn:

1. LO ist aufwändiger zu implementieren, da die aktuellen Parameter unausgewerte Ausdrücke sein können (vgl. Diskussion zu call-by-name in Kapitel 3.4.2). Beachte: LI entspricht call-by-value, LO entspricht call-by-name.

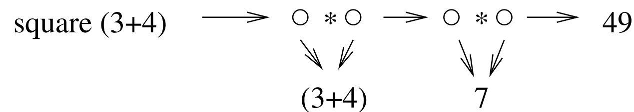
2. LO kann Teilausdrücke mehrfach auswerten, z. B. “`3 + 4`” in obiger Ableitung.

Den letzten Nachteil kann man verbessern durch die sogenannte „faule“/verzögerte Auswertung (lazy evaluation, call by need). Die **faule Auswertung** basiert auf der folgenden Idee:

1. Berechne einen Teilausdruck erst dann, wenn er benötigt wird, z. B. Argumente von primitive Funktionen, `if-then-else`, `case`, ...

2. Berechne den Teilausdruck nicht komplett, sondern nur bis zu seiner **Kopfnormalform**: Dies ist ein Ausdruck, bei dem an der Wurzel keine definierte Funktion, sondern ein Konstruktor steht, z. B. "`0 : (conc [1] [2])`", wobei "`:`" hier die Wurzel ist.

3. Berechne jeden Ausdruck **höchstens einmal**. Die Implementierung hiervon geschieht durch **Graphdarstellung** der Ausdrücke (→ Graphreduktionsmaschinen).



Die Vorteile der faulen Auswertung sind:

- Überflüssige Auswertungen werden vermieden, dies führt zu einer optimalen Reduktion (Huet and Levy, 1979).

- Sie erlaubt das Rechnen mit unendlichen Datenstrukturen (→ Modularisierung: Trennung von Daten und Kontrolle).

Beispiel 5.12 (Lazy evaluation)**.** Wir definieren die Liste aller natürlichen Zahlen `(from 0)`, wobei

```
from n = n : from (n + 1)
```

Die ersten n Elemente einer Liste l (Kontrolle) erhält man mit (`take` n l), wobei

```
take 0 xs              = []
take n (x:xs) | n > 0 = x : take (n - 1) xs
```

Nun ist folgende modulare Kombination möglich: `take 2 (from 0)` ⇝ `[0,1]`

Schauen wir uns beim letzten Beispiel die faule Auswertung etwas genauer an:

```
take 2 (from 0)
→ take 2 (0 : from (0 + 1))
→ 0 : take (2 - 1) (from (0 + 1))
→ 0 : take 1 ((0 + 1): from ((0 + 1) + 1)
→ 0 : (0 + 1) : take (1 - 1) (from ((0 + 1) + 1))
→ 0 : (0 + 1) : []
→ 0 : 1 : []
```

Es ergibt sich der folgende Effekt: Obwohl der „Erzeuger“ `from` und der „Verbraucher“ `take` unabhängig implementiert sind (Modularität), laufen diese miteinander verschränkt ab.

Beispiel 5.13 (Liste aller Fibonacci-Zahlen)**.** Diese sind defininiert als

$$n_0 = 0 \qquad n_1 = 1 \qquad n_k = n_{k-1} + n_{k-2} \text{ für } k > 1$$

Wir implementieren die Idee, dass der Listenerzeuger zwei Parameter hat, nämlich die beiden vorherigen Fibonacci-Zahlen:

```
fibgen n1 n2 = n1 fibgen n2 (n1 + n2)

fibs = fibgen 0 1  -- 0:1:1:2:3:5:8:13:...
```

Nun können die ersten 6 Fibonacci-Zahlen ermittelt werden als

```
take 6 fibs  ⇝ [0,1,1,2,3,5]
```

5.2.2 Formalisierung der faulen Auswertung

Die hier vorgestellte Formalisierung entspricht der Formalisierung von John Launchbury, die auf der POPL '93 präsentiert wurde (Launchbury, 1993). Der bisherige Formalismus der Termersetzung ist für die Darstellung der faulen Auswertung unzureichend, da die „höchstens einmalige“ Auswertung eine graphähnliche Darstellung verlangt. Aus diesem Grund stellen wir nun Terme durch Zuordnung einer Variablen für jeden Teilausdruck dar, z. B. wird

$$\texttt{f}\ \ \underbrace{(\texttt{g}\ \underbrace{\texttt{1}}_{y})}_{x}\ \ \underbrace{\texttt{2}}_{z} \qquad \text{umgeformt in} \qquad \texttt{y = 1, z = 2, x = g y, f x z}$$

Diese Darstellung ist ausdrückbar mittels `let`-Ausdrücken, was ein Standardkonstrukt in funktionalen Sprachen ist:

`let` *decls* `in` *exp*

Beispiel 5.14 (`let`-Ausdrücke)**.**

```
f x y = let a = 2 + x
            b = x * y
        in  a * y + a * b
```

Hier wurde die **Layout-Regel** zur einfacheren Darstellung lokaler Deklarationen verwendet. Die Layout-Regel basiert auf folgenden Konventionen:

- Alle lokalen Deklarationen nach dem `let` beginnen in der gleichen Spalte.
- Falls eine neue Zeile rechts davon beginnt, handelt es sich um Fortsetzung der vorherigen Zeile.

Der Vorteil der Layout-Regel ist, dass Trennsymbole wie "`;`" überflüssig sind und durch ein lesbares Code-Design ersetzt werden.

Mittels `let` können alle Ausdrücke in eine „flache Form“ transformiert werden.

Definition 5.8 (Flache Form)**.** *Die **flache Form** e^* eines Ausdrucks e ist definiert als:*

$$
\begin{aligned}
x^* &= x && \forall\ \textit{Variablen}\, x \\
c^* &= c && \forall\ \textit{Konstanten}\, c \\
(f\ e_1 \dots e_n)^* &= \texttt{let}\ \ x_1 = e_1^* \\
&\qquad\qquad \vdots \\
&\qquad\qquad x_n = e_n^* \\
&\quad\ \texttt{in}\ \ \ f\ x_1\ \dots\ x_n
\end{aligned}
$$

wobei $x_1, \dots, x_n$ neue Variablennamen und f eine definierte Funktion oder ein Konstruktor sind.

Die Erweiterung der Definition der flachen Form auf primitive Funktionen sowie `let`- bzw. `case`-Ausdrücke geschieht nach demselben Schema ($\rightsquigarrow$ Übung). Zusätzlich sind noch folgende Optimierungen der Übersetzung denkbar:

1. In $(f\ e_1 \dots e_n)^*$ muss man nur neue Variablen für nicht-variable Argumente einführen. Dies könnte man auch auf Konstanten ausweiten, wobei unter Konstanten hier Zahlliterale wie `42` zu verstehen sind.

2. Transformiere geschachtelte `let`s:

$$
\begin{aligned}
&\texttt{let}\ x\ \texttt{=}\ \texttt{(let}\ y\ \texttt{=}\ e\ \texttt{in}\ e'\texttt{)}\ \texttt{in}\ \dots && \Rightarrow && \texttt{let}\ \ x = e \\
&&&&& \qquad\ \ y = e' \\
&&&&& \texttt{in}\ \ \ \dots \\
&\texttt{let}\ x\ \texttt{=}\ e\ \texttt{in}\ \texttt{(let}\ y\ \texttt{=}\ e'\ \texttt{in}\ \dots\texttt{)} && \Rightarrow && \texttt{let}\ \ x = e \\
&&&&& \qquad\ \ y = e' \\
&&&&& \texttt{in}\ \ \ \dots
\end{aligned}
$$

Somit ergibt sich z.B. die folgende Transformation:

```
(f (g 1) y 2)* = let  x1 = 1
                      x2 = g x1
                      x3 = 2
                 in   f x2 y x3
```

Bei der flachen Form sind also alle Funktions- und Konstruktorargumente Variablen. Diese Variablen werden als Speicherzellen oder Graphknoten interpretiert.

$$\text{Speicher } M : \text{Variablen } \to \text{Ausdrücke}$$

Wir machen weiterhin die Annahme, dass jede Funktion f durch eine einzige Gleichung

$$f\ x_1 \dots x_n = e \qquad \text{mit} \qquad e^* = e$$

definiert ist, d. h. alle Muster sind übersetzt in `if-then-else`- bzw. `case`-Ausdrücke und der Rumpf ist in flacher Form. Unter dieser Annahme ist das operationale Modell der faulen Auswertung leicht definierbar durch Inferenzregeln im Stil der natürlichen Semantik.

Basissprache

Die Basissprache ist hier

$$M : e \Downarrow M' : e'$$

mit folgender Intuition:

> Im Speicherzustand M wird der Ausdruck e reduziert zu e', wobei der Speicher zu M' modifiziert wird.

Wichtig ist hierbei, dass alle Ausdrücke in flacher Form sind. Unter diesen Annahmen können wir die faule Auswertung durch das folgende Regelsystem definieren.

Konstante/Konstruktor

$$M : C\ x_1 \ldots x_n \Downarrow M : C\ x_1 \ldots x_n$$

wobei C ein Konstruktor mit $n \geq 0$ Argumenten ist, d.h. der Ausdruck ist in Kopfnormalform.

Primitive Funktionen ($+$, $-$, $*$, $/$, $\ldots$)

$$\frac{M : e_1 \Downarrow M' : v_1 \quad M' : e_2 \Downarrow M'' : v_2}{M : e_1 \oplus e_2 \Downarrow M'' : v_1 \oplus v_2}$$

Funktionsanwendung

$$\frac{M : \sigma(e) \Downarrow M' : e'}{M : f\ y_1 \ldots y_n \Downarrow M' : e'}$$

falls $f\ x_1 \ldots x_n = e$ Regel für f ist und $\sigma = \{x_1 \mapsto y_1, \ldots, x_n \mapsto y_n\}$.

`case`-Ausdruck

$$\frac{M : e \Downarrow M' : C\ y_1 \ldots y_k \quad M' : \sigma(e') \Downarrow M'' : e''}{M : \texttt{case}\ e\ \texttt{of}\ \ldots C\ x_1 \ldots x_k \to e' \ldots \Downarrow M'' : e''}$$

mit $\sigma = \{x_1 \mapsto y_1, \ldots, x_k \mapsto y_k\}$.

Variable

$$\frac{M : e \Downarrow M' : e'}{M : x \Downarrow M'[x/e'] : e'}$$

falls $M(x) = e$.

`let`-Ausdruck

$$\frac{M[y_1/\sigma(e_1)]\dots[y_n/\sigma(e_n)] : \sigma(e) \Downarrow M' : e'}{M : \texttt{let}\ x_1 = e_1 \dots x_n = e_n\ \texttt{in}\ e \Downarrow M' : e'}$$

mit $\sigma = \{x_1 \mapsto y_1, \dots, x_n \mapsto y_n\}$, wobei $y_1, \dots, y_n$ neue („frische“) Variablen sind.

Anmerkungen

- Die erste Regel spezifiziert, dass Ausdrücke nur bis zur Kopfnormalform ausgewertet werden.
- Bei `case`-Ausdrücken und der Funktionsanwendung werden lediglich die Variablen umgesetzt ($\approx$ Referenzen).
- Bei der Variablen-Regel wird wirklich der Speicher modifiziert (ersetze Ausdruck durch sein Ergebnis), um so die faule Auswertung zu erreichen.
- Die `let`-Regel entspricht dem Speichern der lokalen Ausdrücke. Die Umbenennung der Variablen ist hier wichtig, da die Bezeichner sonst eventuell andere Bezeichner überdecken könnten.

5.2.3 Erkennung unendlicher Schleifen

Die Regel für Variablen kann verbessert werden, um manchmal unendliche Schleifen zu erkennen.

Beispiel 5.15 (Unendliche Schleife)**.** Die Auswertung von “`let x = 1 + x in x`” führt zu einer Endlosableitung, beziehungsweise es existiert keine endliche Ableitung bezüglich unseres Inferenzsystems.

Um dieses Problem zu beheben modifizieren wir die Variablenregel und führen eine neue Regel ein.

Variable’

$$\frac{M : e \Downarrow M' : e'}{M[x/e] : x \Downarrow M'[x/e'] : e'}$$

Loop

$$M : x \Downarrow \langle \text{Fehlschlag: Schleife} \rangle$$

falls $M(x)$ undefiniert ist.

Dann liefert die Auswertung des obigen Ausdrucks einen Fehlschlag. In Haskell wird dies auch als **black hole** bezeichnet.

5.3 Funktionen höherer Ordnung

Beispiel 5.16 (Insertion Sort)**.** Wir wollen eine Zahlenliste mittels „Insertion Sort“ sortieren, d. h. wir sortieren durch fortgesetztes sortiertes Einfügen. Hierzu definieren wir zunächst das sortierte Einfügen eines Elementes in eine schon sortierte Zahlenliste:

```
insert x []     = [x]
insert x (y:ys) = if x < y then x : y : ys
                           else y : insert x ys
```

Damit können wir nun das Sortieren durch Einfügen einfach definieren:

```
isort []     = []
isort (x:xs) = insert x (isort xs)

> isort [3,1,2]  ⇝ [1,2,3]
```

Der Nachteil dieser Lösung ist, dass sie zu speziell ist

- nur Sortieren von Zahlenlisten
- nur aufsteigendes Sortieren

Um absteigendes Sortieren zu implementieren müssten wir wie folgt vorgehen: Kopiere den Programmcode und ersetze “`x < y`” durch “`x > y`”

- gut bei Bezahlung nach “lines of code”
- schlecht aus SW-technischer Sicht

Als Lösung dieses Problems parametrisieren wir `isort` über ein Vergleichsprädikat.

Definition 5.9 (Funktion höherer Ordnung)**.** *Eine **Funktion höherer Ordnung** ist eine Funktion, die eine andere Funktion als Parameter oder Ergebnis hat.*

In unserem Beispiel könnte `isort` auch eine Funktion höherer Ordnung sein, die zwei Parameter hat: ein Vergleichsprädikat `p` und eine zu sortierende Liste `xs`:

```
isort p []     = []
isort p (x:xs) = insert x (isort p xs)
  where insert x []     = [x]
        insert x (y:ys) = if p x y then x : y : ys
                                   else y : insert x ys
```

Nun können wir `isort` flexibel einsetzen:

```
isort (<) [3,1,2]  ⇝ [1,2,3]
isort (>) [3,1,2]  ⇝ [3,2,1]
```

Weitere nützliche Funktionen höherer Ordnung:

- Transformation einer Liste durch Anwendung einer Funktion auf jedes Listenelement:

```
map _ []     = []
map f (x:xs) = f x : map f xs
```

  Anwendung:

```
map square [1,2,3]  ⇝ [1,4,9]
map inc    [1,2,3]  ⇝ [2,3,4]
```

  (mit `inc x = x+1`)

  Falls `inc` nur einmal benutzt wird, ist es eigentlich überflüssig, diese Funktion explizit zu definieren. Daher kann man alternativ auch **anonyme Funktionen** bzw. **λ-Abstraktionen** benutzen:

```
map (\x → x+1) [1,2,3]}  ⇝ [2,3,4]
```

  Hierbei bezeichnet "`\x -> x + 1`" eine Funktion mit `x` als Argument und Ergebnis `x + 1`. Daher ist

```
inc x = x + 1
```

  äquivalent zu

```
inc = \x → x + 1
```

  Eine weitere Alternative zur Notation von `inc`:

```
inc = (+) 1
```

  - "`(+)`" ist eine Funktion, die zwei Argumente erwartet (die Klammern sind notwendig, da "+" ein Infixoperator ist).
  - "`(+) 1`" ist eine Funktion, die noch ein Argument erwartet (**partielle Applikation**).

  Voraussetzung hierfür ist, dass "`(+)`" nicht ein Paar von Zahlen erwartet, sondern erst eine Zahl und danach die andere Zahl. Beachte hierzu den Unterschied in den Typen:

```
plus' (x, y) = x + y
```

  Hier hat `plus'` den Typ `plus' :: (Int, Int) -> Int`

  Wenn wir dagegen die „Curry-Schreibweise“ verwenden:

```
plus x y = x + y
```

Hier hat `plus` den Typ `plus :: Int -> (Int -> Int)`

Beachte: "`f x`" steht für die Anwendung von `f` auf `x`. Die Applikation ist dabei immer linksassoziativ:

```
f x y  ≈ (f x) y
```

Somit:

- `plus` nimmt ein Argument (eine Zahl) und liefert eine Funktion, die ein weiteres Argument nimmt und dann die Summe liefert.
- "`(+) 1`" ist eine Funktion, die ein Argument nimmt und dazu 1 addiert.

Die Curry-Schreibweise ist zunächst ungewohnt, da in vielen Programmiersprachen die Tupel-Schreibweise üblich ist. Sie ermöglicht aber durch partielle Applikation universeller einsetzbare Programme.

- Filtern bestimmter Elemente einer Liste:

```
filter _ []     = []
filter p (x:xs) | p x       = x : filter p xs
                | otherwise =     filter p xs
```

Mit dieser Definition hat `filter` den Typ

```
filter :: (a → Bool) → [a] → [a]
```

hierbei ist `a` eine Typvariable die für einen beliebigen Typ (vgl. Kapitel 5.4).

```
filter (\x → x < 3) [1,3,4,2]  ⇝ [1,2]
```

Es gibt eine spezielle Syntax für partielle Applikationen bei Infixoperation:

```
(3 <)   ≈  (\x → 3 < x)
(< 3)   ≈  (\x → x < 3)
```

Obiges Beispiel:

```
filter (< 3) [1,3,4,2]  ⇝ [1,2]
```

Anwendung: Quicksort:

```
qsort []     = []
qsort (x:xs) = qsort (filter (< x) xs)
            ++ x : qsort (filter (>= x) xs)
```

- Akkumulation von Listenelementen:

  `foldr` $\oplus$ z `[`x_1`,...,`x_n`]` $\rightsquigarrow$ $x_1 \oplus (x_2 \oplus (\ldots (x_n \oplus z) \ldots))$

  Hierbei ist $\oplus$ eine binäre Verknüpfung und z kann als „neutrales“ Element (oder auch Startwert) der Verknüpfung aufgefasst werden.

  ```
  foldr :: (a → b → b) → b → [a] → b
  foldr _ z []     = z
  foldr f z (x:xs) = f x (foldr f z xs)
  ```

  Damit kann man die folgenden Funktionen einfach definieren:

  `sum = foldr (+) 0` (Summe aller Listenelemente)

  `prod = foldr (*) 1` (Produkt aller Listenelemente)

  `concat = foldr (++) []` (Konkatenation einer Liste von Listen, `++` ist die Listenkonkatenation)

  Produkt der ersten 10 positiven Zahlen: “`prod (take 10 (from 1))`”

Kombinator-Stil: Programmierung durch Kombination von Basisfunktionen (Programmiersprachen basierend hierauf: APL, FP)

Kontrollstrukturen als Funktionen höherer Ordnung

Eine while-Schleife zur Veränderung eines Wertes besteht aus den folgenden Komponenten:

- Bedingung (Prädikat für den Wert)
- Transformation bisheriger Wert $\mapsto$ neuer Wert
- Anfangswert

Beispiel: kleinste 2-Potenz größer als 10000:

```
x := 1;           -- Anfangswert
while x <= 10000  -- Bedingung
do x := 2 * x     -- Transformation
```

Die Kontrollstruktur der while-Schleife können wir auch als Funktion höherer Ordnung definieren:

```
while :: (a → Bool) → (a → a) → a → a
while p f x | p x       = while p f (f x)
            | otherwise = x
```

Obiges Beispiel: “`while (<= 10000) (2 *) 1`” $\rightsquigarrow$ `16384`

Anmerkungen:

- neue Kontrollstrukturen können ohne Spracherweiterung eingeführt werden (z.B. `until` ist analog in Haskell vordefiniert)
- einfache Basissprache
- flexible anwendungsorientierte Erweiterungen

5.4 Typsysteme

Wir betrachten zunächst noch einmal einige Begriffe aus Kapitel 2.3.

- **Statisch getypte Programmiersprache** (manchmal auch streng getypte Programmiersprache): Jeder Bezeichner hat einen Typ, und dieser liegt zur Compilezeit fest.
- Die **Semantik eines Typs** ist dabei die Menge möglicher Werte.

> **Beispiel 5.17** (Typen).
> `Int`: (endliche Teil-)Menge der ganzen Zahlen
> `Bool`: {`True`, `False`}
> `Int -> Bool`: Menge aller Funktionen, die ganze Zahlen auf Wahrheitswerte abbilden.

- **Typkorrektheit**: Ein Ausdruck e ist **typkorrekt**/**wohlgetypt**, wenn
  - e den Typ τ hat und
  - falls die Auswertung von e den Wert v ergibt, dann gehört v zum Typ τ

> **Beispiel 5.18** (Typkorrektheit).
> `3+6*7` hat den Typ `Int`
>
> `3+False` ist nicht typkorrekt (Auswertung liefert „error“ und dies gehört zu keinem Typ)
>
> `map (+1) [1,3,'a',5]` ist nicht typkorrekt
>
> `map (+1) [1,3,4,5]` hat den Typ `[Int]`

Ein Programm heißt typkorrekt, wenn alle Ausdrücke, Funktionen, etc. typkorrekt sind.

Bei einer statisch getypten Programmiersprache gilt (beziehungsweise sollte gelten):

> Zulässige Programme sind typkorrekt, d. h. es gibt keine Typfehler zur Laufzeit (“well-typed programs do not go wrong” (Milner, 1978)).

Die Vorteile statisch getypter Programmiersprachen sind:

- Programmiersicherheit

- Produktivitätsgewinn: Der Compiler meldet Typfehler (potentielle Laufzeitfehler)
- Laufzeiteffizienz: keine Typprüfung zur Laufzeit erforderlich
- Dokumentation: Typen $\approx$ partielle Spezifikation

Die Nachteile statisch getypter Programmiersprachen sind:

- Die Typkorrektheit ist im Allgemeinen unentscheidbar, daher ist eine Einschränkung der zulässigen Programme notwendig.
- Beispiel: "`map (+1) (take 2 [1,2,True])`" ist typkorrekt, aber im Allg. unzulässig in einer statisch getypten Programmiersprache.

Da aber die Vorteile die Nachteile überwiegen, sind viele moderne Programmiersprachen statisch getypt.

Kriterien für gute Typsysteme:

- Sicherheit (wohlgetypt $\Rightarrow$ keine Laufzeitfehler)
- Flexibilität (möglichst wenig Einschränkungen)
- Benutzung (Typangaben weglassen, falls diese nicht notwendig sind)

Am besten wird dies erreicht in funktionalen Programmiersprachen durch

- Polymorphismus ($\rightsquigarrow$ Flexibilität)
- Typinferenz ($\rightsquigarrow$ Benutzung)

5.4.1 Polymorphismus

Polymorphismus bedeutet, dass Objekte (Funktionen) mehrere Typen haben können. Hierbei unterscheiden wir zwei Arten von Polymorphismus:

Ad-hoc-Polymorphismus: Unterschiedliches Verhalten der Objekte auf unterschiedlichen Typen (üblich: Overloading).

> **Beispiel 5.19** (Ad-hoc-Polymorphismus). "+" in Java:
> `1+2`: Addition auf ganzen Zahlen
> `"ab"+"cd"`: Konkatenation von Strings

Parametrischer Polymorphismus: Gleiches Verhalten auf allen Typen. Typischerweise enthalten Typen hierbei Typparameter (vgl. Kapitel 2.2.4: parametrisierte ADTs).

> **Beispiel 5.20** (Parametrischer Polymorphismus). Länge einer Liste:

```
length []     = 0
length (x:xs) = 1 + length xs
```

Der von von `length` ist `length :: [a] -> Int`, wobei `a` ein Typparameter ist, der durch einen beliebigen anderen Typ ersetzt werden kann.

⇒ `length` ist anwendbar auf `[Int]`, `[(Float,Bool)]`,...

⇒ "`length [0,1] + length [True,False]`" ist typkorrekt.

Der parametrische Polymorphismus ist

- nicht vorhanden in vielen imperativen Programmiersprachen (wie Pascal, Modula, Java (erst ab Version 5), ...),
- besonders wichtig bei Funktionen höherer Ordnung (vgl. die Typen von `filter`, `foldr`).

5.4.2 Typinferenz

Typinferenz bezeichnet die Herleitung von (möglichst allgemeinen) Typen für Objekte, so dass das Programm typkorrekt ist. Dies beinhaltet 2 Aspekte:

Herleitung der Parametertypen: Falls

```
f :: Int → Bool → Int
f x y = ...
```

dann hat `x` den Typ `Int` und `y` hat den Typ `Bool`.

Herleitung von Funktionstypen: In diesem Fall muss man nur die Regeln für `f` hinschreiben und daraus wird automatisch der Typ von `f` hergeleitet. Dies ist besonders angenehm und sinnvoll bei lokalen Deklarationen.

Ein **Typsystem**

- definiert die Sprache der Typen
- definiert die Eigenschaft „Wohlgetyptheit" (die im Allgemeinen eine konstruktive Einschränkung von „typkorrekt" ist),
- legt evtl. auch die Typinferenz fest (dann gibt es oft weitere Einschränkungen).

Im Folgenden betrachten wir ein Typsystem wie es von Hindley/Milner vorgeschlagen wurde (Damas and Milner, 1982) (man beachte, dass Haskell ein komplexeres Typsystem mit Typklassen hat). Wir definieren dabei nur die Wohlgetyptheit, nicht aber die Typinferenz. Dies wird z. B. in der Vorlesung über Deklarative Programmierung behandelt. Zunächst definieren wir dazu die **Sprache der parametrisierten Typen**, also den Aufbau der **Typausdrücke**.

Definition 5.10 (Typausdruck)**.** *Ein* Typausdruck τ *ist*

- *eine* Typvariable a*, oder*

- *ein* Basistyp *wie* `Bool`*,* `Int`*,* `Float`*,* `Char`*, ..., oder*
- *die (vollständige)* Anwendung eines Typkonstruktors auf Typausdrücke

$$TyCon\ \tau_1\ \ldots\ \tau_n \quad (n \geq 0)$$

wobei $TyCon$ *ein Typkonstruktor und* $\tau_{,} \ldots, \tau_n$ *Typausdrücke sind.*

In der Programmiersprache Haskell gilt zudem Folgendes:

- Typvariablen beginnen mit einem Kleinbuchstaben.
- Typkonstruktoren beginnen mit einem Großbuchstaben.
- Typkonstruktoren werden durch `data`- bzw. `newtype`-Deklarationen eingeführt.
- Für häufige Typkonstruktoren gibt es eine eingebaute Syntax:
  - Für Listen `[`τ`]` statt `List` τ
  - Für Tupel `(`τ_1, τ_2`)` statt `Tuple` $\tau_1\ \tau_2$
  - Für Funktionen τ_1 `->` τ_2 statt `Func` $\tau_1\ \tau_2$

In diesem Zusammenhang bedeutet parametrischer Polymorphismus, dass Substitutionen auf Typvariablen zugelassen werden (**Typsubstitution**), analog zu Substitutionen auf Ausdrücken (vgl. Kapitel 5.2). Somit hat die Funktion

```
length :: [a] → Int
```

auch die Typen:

`[Int] → Int`	Typsubstitution: $\{$`a` $\mapsto$ `Int`$\}$
`[(Char, Float)] → Int`	Typsubstitution: $\{$`a` $\mapsto$ `(Char, Float)`$\}$

Damit die Eigenschaft „wohlgetypt“ entscheidbar ist, sind jedoch einige Einschränkungen notwendig. Hier ist die wesentliche Einschränkung, dass die Bildung von Typinstanzen (d. h. die Anwendung von Typsubstitutionen) innerhalb von Funktionsregeln bei Typen von Funktionsparametern *nicht* erlaubt ist.

Beispiel 5.21 (Typinstanzen von Funktionsparametern)**.** Wir betrachten die Funktion

```
f :: (a → a) → (a → a)
f g = g g
```

Diese Funktion ist prinzipiell typkorrekt, falls im Rumpf “`g g`”

- das erste `g` den Typ “`(a -> a) -> (a -> a)`” hat (d. h. die Typsubstitution $\{$`a` $\mapsto$ `(a -> a)`$\}$ angewendet wird), und
- das zweite `g` den Typ “`(a -> a)`” hat.

Hierzu müsste also der Typ des Parameters `g` innerhalb der Regel auf verschiedene Arten substituiert werden. Dies ist allerdings aus Entscheidbarkeitsgründen nicht zugelassen, d. h. in Haskell ist diese Funktion *nicht wohlgetypt*.

Um dies genau zu beschreiben, erweitern wir die Typsprache um **Typschemata**.

Definition 5.11. *Ein* Typschema *hat die folgende Form*

$$TypeScheme := \forall a_1, \dots, a_n.\tau \quad (n \geq 0)$$

wobei τ ein Typausdruck und $a_1, \dots, a_n$ Typvariablen aus τ sind. Damit entspricht das triviale Typschema $\forall.\tau$ dem Typ τ.

Beispiel 5.22 (Typschema)**.** $\forall a.$`[`a`] -> Int` ist ein Typschema für die Funktion `length`.

Beachte dabei, dass in Haskell ein Funktionstyp wie

`f ::` τ

immer für das Typschema

`f ::` $\forall a_1, \dots, a_n.\tau$

steht, wobei $a_1, \dots, a_n$ alle Typvariablen aus τ sind.

Wichtig ist nun, dass von Typschemata Instanzen gebildet werden können:

Definition 5.12 (Generische Instanz)**.** *τ ist eine **generische Instanz** des Typschemas $\forall a_1, \dots, a_n.\tau'$ $(n \geq 0)$, falls eine Typsubstitution $\sigma = \{a_1 \mapsto \tau_1, \dots, a_n \mapsto \tau_n\}$ existiert mit $\tau = \sigma(\tau')$.*

5.4.3 Wohlgetyptheit von Ausdrücken

Nun ist die Wohlgetyptheit mittels eines Inferenzsystems einfach definierbar. Hierzu betrachten wir eine **Typannahme** als Zuordnung A von Namen zu Typschemata. Das Raten einer korrekten Typannahme ist gerade die Aufgabe der Typinferenz, die wir hier nicht weiter betrachten.

Variable

$$\frac{}{A \vdash x :: \tau}$$

falls τ eine generische Instanz von $A(x)$ ist, dies drückt genau den parametrischen Polymorphismus aus!.

Applikation

$$\frac{A \vdash e_1 :: \tau_1 \to \tau_2 \quad A \vdash e_2 :: \tau_1}{A \vdash e_1\, e_2 :: \tau_2}$$

Abstraktion

$$\frac{A[x/\tau] \vdash e :: \tau'}{A \vdash \backslash x \to e :: \tau \to \tau'}$$

wobei τ ein Typausdruck ist.

Bedingung

$$\frac{A \vdash e_1 :: \mathit{Bool} \quad A \vdash e_2 :: \tau \quad A \vdash e_3 :: \tau}{A \vdash \texttt{if}\ e_1\ \texttt{then}\ e_2\ \texttt{else}\ e_3 :: \tau}$$

`let`-Deklaration

$$\frac{A[x/\tau] \vdash e_1 :: \tau \quad A[x/\sigma] \vdash e_2 :: \tau'}{A \vdash \texttt{let}\ x\texttt{=}e_1\ \texttt{in}\ e_2 :: \tau'}$$

wobei τ ein Typausdruck ist, $\sigma = \forall a_1, \ldots, a_n.\tau$, a_i kommt in τ aber nicht in A vor. Dies spezifiziert die polymorphe Verwendung lokaler Funktionen.

Anmerkungen

Eine Gleichung $f\, t_1 \ldots t_n = e$ ist wohlgetypt bzgl. A genau dann wenn:

1. $A(f) = \forall a_1 \ldots a_n.\tau_1 \to \tau_2 \to \cdots \to \tau_n \to \tau$
2. Es existieren Typausdrücke $\tau'_1, \ldots, \tau'_k$ für die Variablen $x_1, \ldots, x_k$ in $t_1, \ldots, t_n$ mit: Sei $A' = A[x_1/\tau'_1, \ldots, x_k/\tau'_k]$, dann sind $A' \vdash t_i :: \tau_i$ $(i = 1, \ldots, n)$ und $A' \vdash e :: \tau$ ableitbar.

Gleichungen mit Bedingungen, d. h. Gleichungen der Form $l \mid b \;=\; r$ können wir hier auffassen als

```
l = if b then r else ⊥
```

mit $A(\bot) = \forall a.a$.
Ein Programm ist wohlgetypt, falls alle Gleichungen wohlgetypt bzgl. einer festen Typannahme A sind.
Die Konsequenz von Punkt 2 ist, dass, wie schon oben erwähnt, bestimmte typkorrekte Ausdrücke als nicht typisierbar betrachtet werden:

```
funsum f l1 l2 = f l1 + f l2
```

Dann ist der Ausdruck `(funsum length [1,2] "ab")` nicht wohlgetypt, obwohl dieser typkorrekt sein könnte, falls

```
funsum :: ∀a,b.(∀c.c → Int) → a → b → Int
```

aber Typschemata sind als Typen von Parametern nicht zulässig.

Beispiel 5.23 (Wohlgetyptheit)**.** Die Funktion

```
twice f x = f (f x)
```

ist wohlgetypt mit der Typannahme $A(\texttt{twice}) = \forall a.(a \to a) \to a \to a$ und geeigneten Annahmen für `f` und `x` ($\to$ Übung).

Die Aufgabe der **Typinferenz** ist es, eine geeignete Typannahme zu raten bzw. konstruktiv zu finden. Dies ist

- unproblematisch für Parameter
- schwieriger für Typschemata (Typen der Funktionen), daher fordert man dann weitere Einschränkungen, die allerdings nur bei komplexen Beispielen relevant werden.

Beispiel 5.24 (Notwendigkeit der Typannahme)**.** Wir betrachten das folgende Programm:

```
f :: [a] → [a]
f x = if length x == 0 then fst (g x x) else x

g :: [a] → [b] → ([a], [b])
g x y = (f x, f y)

h = g [3,4] [True, False]

fst (x,y) = x   -- first
```

Bezüglich der Wohlgetyptheit stellen wir Folgendes fest:

- Mit Typangaben für `f` und `g` ist das Beispiel wohlgetypt.
- Ohne Typangaben für `f` und `g` ist das Beispiel nicht wohlgetypt, da der Typ `g :: [a] -> [a] -> ([a], [a])` hergeleitet wird.

Das **Prinzip bei der Typinferenz** ist das Folgende: Innerhalb von rekursiven Aufrufen/Definitionen haben Funktionen kein Typschema, sondern nur einen Typ, anderenfalls wäre die Typinferenz unentscheidbar.

5.5 Funktionale Konstrukte in imperativen Sprachen

In diesem Kapitel haben wir die folgenden charakteristischen Eigenschaften funktionaler Programmiersprachen diskutiert:

- referentielle Transparenz
- algebraische Datentypen und Pattern Matching

- Funktionen höherer Ordnung
- parametrischer Polymorphismus
- lazy-Auswertung

Der erste und der letzte Punkt sind schwer mit imperativen Programmiersprachen zu kombinieren, da diese ein anderes Auswertungsprinzip erfordern. Die anderen Aspekte sind oder können teilweise in imperativen Programmiersprachen integriert werden. So wurde schon bald nach der erfolgreichen Verbreitung von Java mit der Sprache Pizza[2] (Odersky and Wadler, 1997) ein Ansatz vorgestellt, wie diese Aspekte in Java integriert werden können. Pizza selbst hat keine weite Verbreitung gefunden, allerdings haben die Ideen dieser Erweiterung inzwischen in Java bzw. anderen Sprachen Einzug gehalten:

5.5.1 Parametrischer Polymorphismus

Wie wir schon diskutiert haben, ist parametrischer Polymorphismus in Form von generischen Modulen oder parametrisierten Datentypen auch schon in anderen Sprachen existent. Die Kombination von parametrischem Polymorphismus mit Untertypen und Zuweisungen birgt allerdings einige Probleme, so dass es bis zur Version 5 von Java gedauert hat, bis auch dieses Konzept in Java eingeführt wurde (vgl. Kapitel 4.5).
Ein wichtiger Aspekt funktionaler Sprachen, nämlich die automatische Typinferenz, ist in vielen streng getypten imperativen Sprachen noch wenig verbreitet. Eine positive Ausnahme hiervon ist die Programmiersprache Scala[3], die die Ideen von Pizza aufgegriffen hat (was nicht verwunderlich ist, weil der Hauptentwickler von Scala, Martin Odersky, auch Pizza entwickelt hat).
Scala ist wie Pizza ebenfalls ein Ansatz, die Eigenschaften objektorientierter und funktionaler Sprachen zu integrieren. Diese Motivation wird auch dadurch sichtbar, dass Scala zwischen veränderbaren und unveränderbaren Objekten („variables“ bzw. „values“) unterscheidet, die mit unterschiedlichen Schlüsselworten (`var` bzw. `val`) eingeführt werden. Die folgende Deklaration führt eine unveränderbare Variable `x` ein. Hierbei wird der Typ automatisch inferiert:

```
scala> val x = 5
x: Int = 5

scala> x * 2
res0: Int = 10

scala> x = 4
<console>:8: error: reassignment to val
```

Veränderbaren Variablen kann man dagegen wie üblich neue Werte zuweisen:

[2] http://pizzacompiler.sourceforge.net/
[3] http://www.scala-lang.org

```
scala> var y = "Hello"
y: java.lang.String = Hello

scala> y = y + " World!"
y: java.lang.String = Hello World!

scala> println(y)
Hello World!
```

Bei Funktionen ist allerdings die Typinferenz nicht so umfassend wie in funktionalen Sprachen, denn hier müssen zumindest die Typen der Parameter angegeben werden. Funktionen werden durch das Schlüsselwort `def` deklarariert und einzeilige Funktionsdeklarationen können ohne geschweifte Klammern um den Rumpf erfolgen:

```
scala> def inc(x:Int) = x+1
inc: (x: Int)Int

scala> inc(5)
res1: Int = 6
```

Wie man sieht, wird zumindest der Ergebnistyp inferiert.
Parametrische Klassen sind ähnlich wie in Java 5 möglich. Attribute von polymorphem Typ können als Klassenparameter festgelegt werden, sodass deren Wert direkt bei der Erzeugung von Objekten festgelegt wird:

```
class List[T](elem: T, next: List[T]) {
  def printList():Unit = {
    println(elem)
    if (next != null) next.printList()
  }
}
```

Durch diese Festlegung müssen die Typen bei der Erzeugung nicht angegeben werden:

```
scala> val x = new List(1,new List(2,new List(3,null)))
x: List[Int] = List@135572b
```

Scala unterstützt wie funktionale Sprachen kompakte Notationen. So kann man leere Argumentlisten beim Aufruf weglassen:

```
scala> x.printList()
1
2
3

scala> x.printList
```

```
1
2
3

scala> x printList
1
2
3
```

Das letzte Beispiel zeigt, dass man auch den Punkt bei Zugriff auf Methoden weglassen kann. Dies wird ausgenutzt, um auch Operatoren einfach als Methoden aufzufassen, bei denen der Punkt fehlt:

```
scala> 1+2
res2: Int = 3

scala> (1).+(2)
res3: Int = 3
```

5.5.2 Funktionen höherer Ordnung

Viele imperativen Programmiersprachen bieten auch Funktionen höherer Ordnung an, allerdings häufig auch eingeschränkter als in funktionalen Sprachen (z. B. ohne Currying). So lässt schon Pascal Funktionen als Parameter zu, allerdings in einer typunsicheren Weise, da keine Parametertypen angegeben werden. Ähnlich dazu lässt auch C Funktionszeiger zu. Scala unterstützt auch Definitionen ähnlich wie Lambda-Abstraktionen:

```
scala> val inc = (x:Int) => x + 1
inc: Int => Int = <function1>
```

Die Parametertypen können dabei weggelassen werden, wenn diese aus dem Kontext inferiert werden können:

```
scala> val num14 = List(1,2,3,4)
num14: List[Int] = List(1, 2, 3, 4)

scala> num14.filter((x:Int) => x > 1)
res0: List[Int] = List(2, 3, 4)

scala> num14.filter((x) => x > 1)
res1: List[Int] = List(2, 3, 4)

scala> num14.filter(x => x > 1)
res2: List[Int] = List(2, 3, 4)
```

```
scala> num14.filter(_ > 1)
res3: List[Int] = List(2, 3, 4)
```

Beim letzten Ausdruck wird die „Platzhalter"-Syntax ausgenutzt, bei der die Funktionsparameter in einem Ausdruck durch Unterstriche gekennzeichnet werden. Durch diese Syntax unterstützt Scala auch die partielle Applikation, d.h. die Anwendung von Funktionen ohne alle Argumente:

```
scala> def sum(a: Int, b: Int) = a + b
sum: (a: Int, b: Int)Int

scala> def inc = sum(1,_:Int)
inc: Int => Int

scala> inc(4)
res0: Int = 5
```

Scala erlaubt die Definition Funktionen höherer Ordnung in der üblichen Syntax (allerdings mit notwendigen Typangaben für die Parameter):

```
scala> def twice(f: Int => Int, x: Int) = f(f(x))
twice: (f: Int => Int, x: Int)Int

scala> twice(inc,3)
res1: Int = 5
```

5.5.3 Parameterübergabe

Die Parameterübergabe bei Scala ist call-by-value, wie man im folgenden Beispiel sehen kann:

```
scala> def byValue(x: Int, y: Int) = if (x==0) y else x
byValue: (x: Int, y: Int)Int

scala> byValue(1,1/0)
java.lang.ArithmeticException: / by zero
```

Wie wir zuvor gesehen haben, kann man die Namensübergabe dadurch realisieren, dass man die Parameter als Prozeduren ohne Parameter übergibt. Dies wird in Scala implizit durch eine spezielle Syntax unterstützt, indem man vor die Typen der Namensparameter "=>" schreibt:

```
scala> def byName(x: Int, y: =>Int) = if (x==0) y else x
byName: (x: Int, y: => Int)Int
```

```
scala> byName(1,1/0)
res0: Int = 1
```

5.5.4 Algebraische Datentypen und Pattern Matching

Scala unterstützt einfaches Pattern Matching mit einem `match`-Konstrukt:

```
y match {
  case 0  => "null"
  case 42 => "meaning of life"
  case _  => "something else"
 }
```

Algebraische Datentypen wie in Haskell werden zwar nicht direkt unterstützt, aber Scala nutzt die Ähnlichkeit von Vererbung und Vereinigungstypen aus, d. h. die verschiedenen Konstruktoren eines Typs können als Unterklassen eines gemeinsamen Obertyps definiert werden. Diese kann man mittels Pattern Matching unterscheiden, wenn man diese als „`case`-Klassen“ definiert. Zusätzlich bieten „`case`-Klassen“ eine einfache Konstruktion ohne “`new`” an, wie das folgende Beispiel zeigt:

```
// Ausdrücke sind Zahlen oder binäre Operatoren mit Ausdrücken:
abstract class Expr
case class Num(num: Int) extends Expr
case class BinOp(operator: String, left: Expr, right: Expr) extends Expr

// Berechne den Wert eines Ausdrucks durch Pattern Matching:
def expValue(expr: Expr): Int = expr match {
  case Num(n) => n
  case BinOp("+",e1,e2) => expValue(e1) + expValue(e2)
  case BinOp("*",e1,e2) => expValue(e1) * expValue(e2)
}

val exp = BinOp("+",Num(2),BinOp("*",Num(2),Num(3)))

println(expValue(exp))
```

Beim Pattern Matching von `case`-Klassen wird die Vererbung durch den syntaktischen Zucker noch weitgehend versteckt. Grundsätzlich bietet Scala jedoch auch die Möglichkeit Pattern Matching über den Typ des Arguments vorzunehmen, wie folgendes Beispiel zeigt:

```
def generalSize(x: Any) = x match {
  case s: String    => s.length
  case m: Map[_, _] => m.size
```

```
  case _              => -1
}
```

Darüber hinaus bietet Scala noch viele weitere Sprachkonzepte an, auf die wir hier aber nicht eingehen. Wir können aber festhalten:

- Prinzipiell ist die Integration vieler Aspekte funktionaler Programmierung auch in imperative Sprachen möglich.
- Viele Vorteile funktionaler Programmiersprachen (Verständlichkeit durch referentielle Transparenz, kurze und präzise Definitionen durch musterorientierte Regeln, Funktionen höherer Ordnung, Typinferenz) sind aber nur in rein funktionalen Programmiersprachen wirklich ausnutzbar.

6 Logische Programmiersprachen

Das „Rechnen" in verschiedenen Programmiersprachen basiert auf unterschiedlichen Vorgehensweisen:

- Imperative Programmiersprachen: Folge von Variablenmanipulationen (Zuweisungen)
- Funktionale Programmiersprachen: Folge von Ersetzungen (Reduktion zur Normalform)
- Logische Programmiersprachen: Folge von Beweisschritten (in einem logischen Kalkül), d.h. es wird versucht zu beweisen ob eine Aussage wahr bzgl. der eingegebenen Regeln ist.

Im Folgenden werden wir alle Beispiele in der Programmiersprache **Prolog** angeben. Prolog ist zwar schon eine recht alte Sprache (die Ursprünge gehen zurück auf das Jahr 1972), aber es ist ein Standard in der logischen Programmierung und als ISO-Standard auch industriell relevant. Die Notation ist im Gegensatz zu Haskell mehr logikorientiert, d.h. statt $(f\ e_1 \ldots e_n)$ schreibt man in Prolog $f(e_1, \ldots, e_n)$.

6.1 Einführung

Zunächst geben wir eine kurze Einführung in die Struktur logischer Programme.

Ein **Programm** ist Menge von Prädikaten (Relationen).

Ein **Prädikat** ist definiert durch Fakten und Implikationen/Regeln. Daher nennt man dies manchmal auch regelorientierte Programmierung, die für Anwendungen in der KI (Künstliche Intelligenz) wichtig ist.

Ein **Literal** ist die Anwendung eines Prädikats auf Argumente (Terme). Intuitiv entspricht dies einer Aussage.

Beispiel 6.1 (Familienbeziehungen)**.** Wir wollen Familienbeziehungen als logisches Programm modellieren. Die betrachteten Prädikate (Aussagen) sind dabei:

- Vater: `vater(v,k)` :⇔ `v` ist Vater von `k`
- Großvater: `grossvater(g,e)` :⇔ `g` ist Großvater von `e`

Diese Definitionen bilden das folgende Prolog-Programm:

```
vater(fritz,thomas).  % Fritz ist Vater von Thomas.

vater(thomas,maria).

vater(thomas,anna).
grossvater(G,E) :- vater(G,V), vater(V,E).
% G Großvater von E, falls G Vater von V und V Vater von E ist.
```

Einige Erläuterungen zur Syntax von Prolog:

Kommentare beginnen mit `%` und erstrecken sich bis zum Zeilenende.

Variablennamen beginnen mit einem Großbuchstaben (`G,V,E`).

Literale haben die Form "`<Prädikatname>(<arg1>,...,<argn>)`". Beachte dabei, dass wwischen dem Prädikatnamen und der danach öffnenden Klammer *kein* Leerzeichen stehen darf.

Faktum Ein Faktum hat die Form "`<Literal>.`". Ein Literal ist eine immer wahre Aussage. Es muss mit einem Punkt am Ende abgeschlossen werden.

Implikation Eine Implikation hat die Form "`<Lit> :- <Lit1>,...,<Litn>.`". Das Symbol "`:-`" kann man als Implikation "$\Leftarrow$" lesen, und jedes Komma entsprecht einer Konjunktion "$\wedge$". Wichtig ist auch hier, dass die Regel mit einem Punkt am Ende abgeschlossen wird. Intuitiv bedeutet diese Regel: „Falls `<Lit1>` und ... und `<Litn>` wahr sind, dann ist auch `<Lit>` wahr.“

Terme Die Argumente von Literalen sind **Terme** (dies entspricht Ausdrücken oder Datentermen in funktionalen Sprachen ohne definierte Funktionen). Diese sind zusammengesetzt aus Variablen, Konstanten, Zahlen und Funktoren.

Funktor Die **Funktoren** entsprechen Datenkonstruktoren in funktionalen Sprachen, wie z. B. `datum(1,januar,J)`. Hier ist "`datum`" ein Funktor.

Listen sind wie in Haskell definiert, allerdings ist die Notation etwas anders: In Prolog schreibt man `[H|T]` statt `(h:t)` bzw. `[E1,E2,E3|T]` statt `(e1:e2:e3:t)`, aber auch `[]` oder `[1,2,3]` für Listen fester Länge.

Klausel Eine **Klausel** ist ein Faktum oder eine Regel/Implikation.

Logikprogramme entsprechen logischen Formeln, wobei die Variablen in Klauseln universell quantifiziert sind. Zum Beispiel entspricht die Regel

```
grossvater(G,E) :- vater(G,V), vater(V,E)
```

der logischen Formel

$$\forall G.\forall E.\forall V.\ (grossvater(G, E) \leftarrow vater(G, V) \wedge vater(V, E))$$

Eine **Anfrage** ist eine Konjunktion von Literalen. Intuitiv bedeutet eine Anfrage, dass wir daran interessiert sind, ob diese Literale logisch aus dem Programm folgen. In Anfragen sind auch Variablen erlaubt, in diesem Fall sollen dann Werte berechnet/erraten werden, sodass für diese Werte die Anfrage logisch aus dem Programm folgt.

Beispiel 6.2 (Anfragen)**.** Gegeben sei unser obiges Prolog-Programm. Wenn wir dies in das Prolog-System geladen haben, können wir folgende Anfragen stellen:

```
?- vater(fritz,thomas).
yes
?- vater(fritz,anna).
no
?- grossvater(fritz,anna).
yes
?- grossvater(fritz,E). % Welche Enkel E hat Fritz?
E=maria  ;              % Die Eingabe von ";" entspricht
E=anna                  % der Suche nach weiteren Lösungen.
```

Wie wir sehen, sucht das Prolog-System nach passenden Lösungen und es kann durchaus auch mehrere Lösungen geben.
Wichtig ist festzuhalten, dass es in Prolog keine festen Ein-/Ausgabeargumente gibt, d. h. Prolog kann bidirektional rechnen, weil man bei jedem Argument eine Variable in der Anfrage einsetzen kann:

```
?- grossvater (G,anna). % Welche Großväter hat Anna?
G=fritz
```

Logische Programmiersprache besitzen somit folgende Unterschiede zu funktionalen Programmiersprachen:

- Es erfolgt ein Raten von passenden Werten.
- Es existiert eine (nichtdeterministische) Suche nach Lösungen.
- Es gibt keine festen Ein-/Ausgabeargumente: Mit der Definition einer Funktion hat man automatisch auch immer die Umkehrfunktion bzw. -relation zur Verfügung.

Analog zur funktionalen Programmierung können wir in Prolog auch musterorieniert programmieren. Als Beispiel betrachten wir ein Prädikat zur Listenkonkatenation:

`append(L1,L2,L3)` $:\Leftrightarrow$ `L3` ist Konkatenation von `L1` und `L2`

Mit ähnlichen Überlegungen wie bei dem entsprechenden funktionalen Programm können wir zu folgender Definition kommen:

```
append([]    , L , L     ).
append([X|Xs], Ys, [X|Zs]) :- append(Xs, Ys, Zs).
```

An diesem Beispiel können wir schon ein Schema zur Übersetzung funktionaler Programme in relationale Programme erkennen:

- Füge ein zusätzliches Ergebnisargument hinzu: Eine n-stellige Funktion wird übersetzt in ein $(n+1)$-stelliges Prädikat.
- Herausziehen geschachtelter Funktionsaufrufe: Aus $\texttt{X=f(}\underbrace{\texttt{f(Y)}}_{\texttt{Z}}\texttt{)}$ wird das `Z` herausgezogen, wir erhalten `f(Y,Z), f(Z,X)`. Dabei ist `Z` eine neu eingeführte Variable.

Die relationale Version ist allerdings flexibler einsetzbar als die funktionale, wie man an folgenden Beispielen sehen kann.

Beispiel 6.3 (Listenoperationen)**.**

- Präfix einer Liste abspalten:

```
?- append([1,2],X,[1,2,3,4]).
X=[3,4]
```

- Letztes Element einer Liste berechnen:

```
?- append(_,[X],[1,2,3,4]).
X=4
```

  Hier bezeichnet "`_`" eine anonyme Variable, an deren Wert man nicht interessiert ist.

6.2 Operationale Semantik

Wir wollen nun die operationale Semantik von Prolog erläutern, d.h. wir werden sehen, wie ein Prolog-System in der Lage ist, die oben gezeigten Schlussfolgerungen zu ziehen. Prolog berechnet Schlussfolgerungen und beweist damit Aussagen mit Hilfe des sogenannten Resolutionsprinzips. Zunächst einmal betrachten wir dieses Prinzip in einer vereinfachten Form.

Definition 6.1 (Vereinfachtes Resolutionsprinzip). *Um ein Literal L zu beweisen, suche eine zu L passende Regel L:-$L_1, \ldots, L_n$ und beweise $L_1, \ldots, L_n$ (falls $n = 0$, d.h. die Regel ist ein Faktum, dann ist L bewiesen).*

Hierbei existieren aber noch die folgenden Probleme:

- Die Regel passt evtl. nicht genau $\Rightarrow$ eine Unifikation ist notwendig (z. B. bei der Anfrage `vater(fritz,K)`).
- Eventuell passen mehrere Regeln $\Rightarrow$ Nichtdeterminismus, Suche.

Die **Unifikation** bezeichnet intuitiv das „Gleichmachen“ von Literalen oder Termen durch Substitution der Variablen in *beiden* Literalen/Termen. Dagegen ist das “pattern matching” aus funktionalen Sprachen nur die Anpassung *eines* Terms an einen anderen. Dies ist einer der wesentlichen Unterschiede zwischen funktionaler und logischer Programmierung: Beim Anwenden von Regeln wird in logischen Sprachen Unifikation statt Pattern Matching verwendet. Hierdurch wird das Finden von Lösungen und die bidirektionale Anwendung von Relationen ermöglicht. Wir wollen nun den Begriff des Unifikators formal definieren.

Definition 6.2 (Unifikator)**.** *Ein Unifikator für zwei Terme t_1, t_2 ist eine Substitution σ mit $\sigma(t_1) = \sigma(t_2)$. In diesem Fall heißen t_1 und t_2* ***unifizierbar****.*
Ein ***allgemeinster Unifikator (most general unifier, mgu)*** *für t_1, t_2 ist ein Unifikator σ für t_1, t_2 mit: falls σ' auch ein Unifikator für t_1, t_2 ist, dann exisitiert eine Substitution φ mit $\sigma' = \varphi \circ \sigma$ („mgu subsumiert alle anderen Unifikatoren“).*

Beispiel 6.4 (Unifikatoren)**.** Seien $t_1 = p(a, Y, Z)$ und $t_2 = p(X, b, T)$.
$\sigma_1 = \{X \mapsto a, Y \mapsto b, Z \mapsto c, T \mapsto c\}$ ist ein Unifikator, aber kein mgu.
$\sigma_2 = \{X \mapsto a, Y \mapsto b, Z \mapsto T\}$ ist ein mgu.

Es ergeben sich nun die folgenden Fragen:

- Existiert immer ein mgu für unifizierbare Terme?
- Wie können mgus berechnet werden?

Eine Antwort auf diese Fragen finden wir in (Robinson, 1965):

> Für unifizierbare Terme existiert immer ein mgu, der effektiv berechenbar ist.

6.2.1 Berechnung eines allgemeinsten Unifikators

Im Folgenden geben wir nicht den Algorithmus von Robinson an, sondern zeigen, wie ein mgu durch Transformation von Termgleichungen berechnet werden kann (diese Idee basiert auf (Martelli and Montanari, 1982)).

Definition 6.3 (mgu-Berechnung nach (Martelli and Montanari, 1982))**.** *Sei E eine Menge von Termgleichungen. Initial ist $E = \{t_1 = t_2\}$, falls wir t_1 und t_2 unifizieren wollen. Führe dann wiederholt die folgenden Transformation zur mgu-Berechnung durch (hier steht x für eine Variable):*

Eliminate

$$\{x = x\} \cup E \;\Rightarrow\; E$$

Decompose

$$\{f(s_1, \ldots, s_n) = f(t_1, \ldots, t_n)\} \cup E \;\Rightarrow\; \{s_1 = t_1, \ldots, s_n = t_n\} \cup E$$

Clash

$$\{f(s_1,\ldots,s_n) = g(t_1,\ldots,t_m)\} \cup E \;\Rightarrow\; fail$$

falls $f \neq g$ *oder* $n \neq m$.

Swap

$$\{f(s_1,\ldots,s_n) = x\} \cup E \;\Rightarrow\; \{x = f(s_1,\ldots,s_n)\} \cup E$$

Replace

$$\{x = t\} \cup E \;\Rightarrow\; \{x = t\} \cup \sigma(E)$$

falls x *eine Variable ist, die in* t *nicht vorkommt,* $x \neq t$ *und* $\sigma = \{x \mapsto t\}$

Occur check

$$\{x = t\} \cup E \;\Rightarrow\; fail$$

falls x *eine Variable ist, die in* t *vorkommt und* $x \neq t$.

Die letzte Regel ist notwendig, um nicht unifizierbare Terme zu entdecken: Zum Beispiel ist $\{x = f(x)\}$ nicht unifizierbar. Mit der letzten Regel gilt: $\{x = f(x)\} \Rightarrow fail$. Über das Ergebnis des Algorithmus können wir die folgende Aussage treffen:

Satz 6.1. *Falls* $\{t_1 = t_2\} \Rightarrow^* \{x_1 = s_1,\ldots,x_n = s_n\}$ *gilt und keine weitere Regel anwendbar ist, dann ist* $\sigma = \{x_1 \mapsto s_1,\ldots,x_n \mapsto s_n\}$ *ein mgu für* t_1 *und* t_2. *Anderenfalls gilt* $\{t_1 = t_2\} \Rightarrow^* fail$ *und dann sind* t_1 *und* t_2 *nicht unifizierbar.*

Hierbei bezeichnet die Notation: $E \Rightarrow^* E'$ den reflexiv-transitiven Abschluss von $\Rightarrow$

$$E \Rightarrow^* E' \;:\Leftrightarrow\; E \Rightarrow E_1 \Rightarrow E_2 \Rightarrow \cdots \Rightarrow E'$$

Beispiel 6.5 (mgu-Berechnung)**.** Sei $\{p(a,Y,Z) = p(X,b,X)\}$. Dann vollzieht der Algorithmus die folgenden Schritte:

- Decompose $\Rightarrow \{a = X, Y = b, Z = X\}$
- Swap $\Rightarrow \{X = a, Y = b, Z = X\}$
- Replace $\Rightarrow \{X = a, Y = b, Z = a\}$

Damit ist $\sigma = \{X \mapsto a, Y \mapsto b, Z \mapsto a\}$ ein mgu.

6.2.2 SLD-Resolution

Mit der Definition eines mgu können wir nun einen allgemeinen Resolutionsschritt definieren:

Definition 6.4 (SLD-Resolutionsschritt)**.** *Sei*

```
?- L1, ..., Lm.
```

die aktuelle Anfrage und

H `:-` $B_1, \ldots, B_n$.

eine Klausel ($n \geq 0$)*, wobei* L_i *und* H *unifizierbar sind mit einem mgu* σ*. Dann heißt die neue Anfrage*

`?-` $\sigma(L_1, \ldots, L_{i-1}, B_1, \ldots, B_n, L_{i+1}, \ldots, L_m)$.

Resolvente *aus der aktuellen Anfrage und der Klausel mit mgu* σ*.*

Der Begriff „SLD“ steht für folgende Eigenschaften:

S: Eine Selektionsregel S wählt ein L_i aus der aktuellen Anfrage aus (in Prolog gilt $i = 1$, d. h. das linke Literal wird zuerst bewiesen).

L: Lineare Resolution, d. h. verknüpfe immer eine Anfrage mit einer Klausel und erhalte eine neue Anfrage. Es gibt auch eine allgemeine Resolution, bei der auch Programmklauseln verknüpft werden, die eine allgemeinere Form haben können.

D: Definite Klauseln, d. h. die linke Seite enthält immer nur eine Literal.

Eine **SLD-Ableitung** ist eine Folge $A_1, A_2, \ldots$ von Anfragen, wobei A_{i+1} eine Resolvente aus A_i und einer **Variante** einer Programmklausel (mit neuen Variablen) ist. Das Betrachten von Varianten ist notwendig, denn sonst wäre bei einem Faktum “`p(X)`” die Anfrage “`?- p(f(X)).`” nicht beweisbar.

Eine SLD-Ableitung ist

- **erfolgreich**, wenn die letzte Anfrage leer ist (ohne Literale): dann ist alles bewiesen und die Substitution der Anfragevariablen ist die berechnete Lösung.
- **fehlgeschlagen**, wenn die letzte Anfrage nicht leer ist und keine weiteren Regeln anwendbar sind.
- **unendlich:**, wenn die SLD-Ableitung eine unendliche Folge ist. Dies entspricht einer Endlosschleife.

Beispiel 6.6 (SLD-Ableitung)**.**

`?- grossvater(fritz,E).`
$\sigma_1 = \{$`G` $\mapsto$ `fritz`$\}$
`?- vater(fritz,V), vater(V,E).`
$\sigma_2 = \{$`V` $\mapsto$ `thomas`$\}$
`?- vater (thomas,E).`
$\sigma_3 = \{$`E` $\mapsto$ `maria`$\}$
`?- .`

Damit ist die berechnete Lösung: `E = maria`.

Satz 6.2 (Korrektheit und Vollständigkeit der SLD-Resolution). *Sei S eine beliebige Selektionsregel.*

1. ***Korrektheit:*** *Falls eine erfolgreiche SLD-Ableitung eine Substitution σ berechnet, dann ist σ eine „logisch korrekte“ Antwort.*

2. ***Vollständigkeit:*** *Falls σ eine „logisch korrekte“ Antwort für eine Anfrage ist, dann existiert(!) eine erfolgreiche SLD-Ableitung mit einer berechneten Antwort σ' und eine Substitution φ mit $\sigma = \varphi \circ \sigma'$, d. h. es werden unter Umständen allgemeinere Antworten berechnet.*

Problematisch hierbei ist, dass die Vollständigkeit nur eine Existenzaussage ist, aber wie findet man die erfolgreichen SLD-Ableitung unter allen SLD-Ableitungen? Eine Möglichkeit ist es, alle möglichen SLD-Ableitungen zu untersuchen, aber in welcher Reihenfolge? Eine faire und sichere Strategie wäre, alle SLD-Ableitungen gleichzeitig zu untersuchen:

- parallel („ODER“-Parallelismus)

- Breitensuche im Baum aller Ableitungen (SLD-Baum)

Dies ist aber sehr aufwändig. Daher wird in Prolog auf diese sichere Strategie verzichtet. Stattdessen wird ein **Backtracking-Verfahren** verwendet, das einer Tiefensuche im SLD-Baum aller Ableitungen entspricht. Informell kann dieses Verfahren wie folgt beschrieben werden:

- Falls mehrere Klauseln anwendbar sind, nehme die textuell erste passende Klausel.

- Falls man in einer Sackgasse landet (wo keine Regel anwendbar ist), gehe zur letzten Alternative zurück und probiere die textuell nächste Klausel.

Ein Problem dieser Strategie ist, dass man eventuell keine Lösung bei existierenden endlosen Ableitungen erhält:

```
p :- p.
p.

?- p.   ⇒   ?- p.   ⇒   ?- p.   ⇒ ···
```

6.2.3 Formalisierung von Prologs Backtracking-Strategie

Wir wollen nun die soeben informell beschriebene Backtracking-Strategie präzise beschreiben. Dazu verwenden wir die folgenden Notationen:

- $l_1 \wedge \cdots \wedge l_n$: Anfrage mit Literalen $l_1, \ldots, l_n$

- *true*: leere Anfrage, hierbei entspricht ein Faktum einer Regel der Form `p :-` *true*.

- ++: Konkatenation auf Listen.

- $[\,]$: leere Liste.

Die Basissprache des Inferenzsystems für die Backtracking-Strategie enthält Aussagen der Form

$$cs, \sigma \vdash g : \overline{\sigma}$$

wobei gilt:

- cs ist eine Liste von Klauseln, die noch zum Beweis des ersten Literals von g benutzt werden können.
- σ ist die bisher berechnete Antwort.
- g ist die zu beweisende Anfrage.
- $\overline{\sigma}$ ist die Liste der berechneten Antworten für g.

Das Inferenzsystem besteht aus den folgenden Inferenzregeln. Hierbei bezeichnet P das gesamte Programm, also eine Folge von Klauseln.

Keine Klausel vorhanden

$$\frac{}{[\,], \sigma \vdash g : [\,]}$$

wobei $g \neq true$.

Anfrage bewiesen

$$\frac{}{cs, \sigma \vdash true : [\sigma]}$$

Literal bewiesen

$$\frac{cs, \sigma \vdash g : \overline{\sigma}}{cs, \sigma \vdash true \wedge g : \overline{\sigma}}$$

Klauselanwendung

$$\frac{P', \varphi \circ \sigma \vdash \varphi(b \wedge g) : \overline{\sigma_1} \qquad cs, \sigma \vdash l \wedge g : \overline{\sigma_2}}{[a \texttt{ :- } b] \mathbin{++} cs, \sigma \vdash l \wedge g : \overline{\sigma_1} \mathbin{++} \overline{\sigma_2}}$$

wobei φ ein mgu für a und l ist und P' ist eine Variante des Programms P (mit jeweils neuen Variablen).

Klausel nicht anwendbar

$$\frac{cs, \sigma \vdash l \wedge g : \overline{\sigma}}{[a \texttt{ :- } b] \mathbin{++} cs, \sigma \vdash l \wedge g : \overline{\sigma}}$$

wobei a und l nicht unifizierbar sind.

Die Regel „Klauselanwendung“ formalisiert das „Backtracking“ bei einer Klauselanwendung: Es werden die Antworten mit der ersten Klausel berechnet und dahinter dann die Antworten mit den restlichen Klauseln.

Die Anwendung des Inferenzsystems für eine Anfrage G geschieht nach dem folgenden Muster: $\overline{\sigma}$ ist die Liste der berechneten Antworten für die Anfrage G, falls $P, \{\} \vdash G : \overline{\sigma}$ ableitbar ist.

Beispiel 6.7 (Backtracking)**.** Das Programm P enthalte folgende Klauseln:

```
p(a) :- true.
p(b) :- true.
q(X) :- p(X).
```

Dann ist $P, \{\} \vdash$ `q(Z)` $: [\{$`Z` $\mapsto$ `a`$\}, \{$`Z` $\mapsto$ `b`$\}]$ ableitbar (wobei wir hier die Substitution der Variablen `X` weggelassen haben).

Problem: Bezüglich dieses Inferenzsystems ist nichts ableitbar bei

- unendlich vielen Antworten
- endlich vielen Antworten gefolgt von einer unendlichen Berechnung

eine mögliche Lösung ist die Erweiterung des Inferenzsystems, um nur die maximal ersten n Antworten zu berechnen ($\rightarrow$ Übung).

6.3 Erweiterungen von Prolog

Prolog ist prinzipiell eine berechnungsuniverselle Programmiersprachen. Trotzdem sind verschiedene Erweiterungen möglich, die praktisch auch nützlich sind. Die wichtigsten Erweiterungen wollen wir im Folgenden kurz diskutieren.

6.3.1 Negation

Im bisherigen Sprachumfang konnten keine negativen Bedingungen in Regeln formuliert werden, obwohl dies manchmal nützlich wäre, wie das folgende Beispiel zeigt (logische Programme mit Negation werden manchmal auch als **normale Programme** bezeichnet).

Beispiel 6.8 (Negation)**.** Zwei Mengen `X` und `Y` sind verschieden:

```
verschieden(X,Y) :- element(Z,X), ¬element(Z,Y).
```

Damit stellt sich das Problem, wie man mit „¬“ beweistechnisch umgehen kann. Eine echte prädikatenlogische Negation ist aufwändig, da dann eine *lineare* Resolution nicht mehr möglich wäre. Daher wird die Negation in Prolog als **Negation als Fehlschlag** (**negation as failure**) interpretiert. Dies wird in Prolog als `\+` statt ¬ notiert, also

```
verschieden(X,Y) :- element(Z,X), \+ element(Z,Y).
```

Interpretiert wird "`\+` l" als: Falls alle Beweise für l fehlgeschlagen, dann ist "`\+` l" beweisbar.

Inferenzregel für "negation as failure"

$$\frac{P', \sigma \vdash l : [\,]}{cs, \sigma \vdash \texttt{\textbackslash+}\, l : [\sigma]}$$

Hierbei ist P' eine Variante des Programms P mit jeweils neuen Variablen.

Wird die SLD-Resolution um diese Regel erweitert, spricht man auch von **SLDNF-Resolution**. Bedingungen für die Korrektheit der SLDNF-Resolution findet man z. B. in (Lloyd, 1987). Zusammengefasst ist die SLDNF-Resolution im Sinne der Logik korrekt unter folgenden Bedingungen:

1. Interpretiere Implikationen in Regeln als Äquivalenzen. Zum Beispiel wird das Programm

   ```
   p(a).
   p(b).
   ```

   als Formel $\forall x : p(x) \leftrightarrow (x = a \vee x = b)$ interpretiert, Man spricht dann auch von der „**Vervollständigung**“ (completion) des Programms.

2. Beweise `\+` l nur, falls l variablenfrei ist (d.h. man muss eine flexible Selektionsregel anwenden).

Die Notwendigkeit der letzten Einschränkung soll durch ein kleines Beispiel gezeigt werden:

```
p(a).
q(b).
```

Die Anfrage sei “`?- \+ p(X), q(X).`”

- Falls “`\+ p(X)`” direkt selektiert würde, dann wäre “`p(X)`” beweisbar und damit “`\+ p(X)`” nicht beweisbar, wodurch die Anfrage insgesamt nicht beweisbar wäre.

- Falls der Beweis von “`\+ p(X)`” zunächst zurückgestellt wird: Beweise “`q(X)`”, was zu der Lösung `{X↦b}` führt, und beweise dann die zunächst zurückgestellte Aussage “`\+ p(b)`”, was nun erfolgreich möglich ist. Damit erhalten wir als Gesamtlösung `{X↦b}`.

6.3.2 Erweiterte Programme

In erweiterten Programmen dürfen Regeln der Form l `:-` b vorkommen, wobei b eine beliebige prädikatenlogische Formel (d.h. mit Disjunktionen, Negation, Quantoren) ist. Sies ist manchmal praktisch, erhöht aber nicht die Ausdrucksmächtigkeit, da erweiterte Programme in normale Programme transformierbar sind (Lloyd, 1987). Trotzdem werden erweiterte Programme für Datenbankanwendungen betrachtet.

6.3.3 Flexible Berechnungsregeln

Die Standardberechnungsregel von Prolog ist, dass alle Literale von links nach rechts bewiesen werden. Hierzu hat man auch verschiedene Modifikationen betrachtet:

Prolog mit Koroutinen: Verzögere den Beweis von Literalen, bis bestimmte Bedingungen erfüllt sind (z. B. das Literal ist variablenfrei). Dies ist nützlich zur korrekten Implementierung der SLDNF-Resolution, kann aber auch verwendet werden, um bestimmte Endlosableitungen in Programmen zu vermeiden.

Andorra-Prolog: beweise zuerst „deterministische“ Literale (bei denen höchstens eine Klausel passt). Dies führt häufig zu einer Verkleinerung des Suchraums. Kombiniert wird dieses Prinzip dann noch mit einer parallelen Auswertung.

Parallele logische Sprachen: Bei der Erweiterung um parallele Auswertung kann man folgende Arten unterscheiden:

UND-Parallelismus: Beweise mehrere Literale in einer Anfrage gleichzeitig (unabhängig oder abhängig bzgl. gleicher Variablen in verschiedenen Literalen).

ODER-Parallelismus: Probiere gleichzeitig verschiedene Alternativen (Regeln) aus (dies entspricht einer Breitensuche im SLD-Baum aller Ableitungen).

Committed Choice: Erweitere Klauselrümpfe um eine Bedingung (“guard”):

```
<head> :- <guard> | <body>
```

Falls mehrere Klauseln zu einem Literal passen: Wähle nicht-deterministisch („paralleles Raten“) eine Klausel, bei der die Bedingung `<guard>` beweisbar ist, und ignoriere die anderen Alternativen. Dieses Prinzip ist aus logischer Sicht unvollständig, aber es ist gut geeignet zur Programmierung nebenläufiger Systeme.

6.3.4 Constraints („Einschränkungen“)

Der grundlegende Lösungsmechanismus in logischen Sprachen ist die Unifikation, was dem Lösen von Gleichungen zwischen Termen entspricht. Der Nachteil hiervon ist, dass Gleichungen rein syntaktisch gelöst werden, ohne dass ein „Ausrechnen“ stattfindet:

```
?- X=3+2.
X=3+2
```

Wünschenswert wäre hier aber die Lösung `X=5`.

```
?- 5=X+2.
no
```

Wünschenswert wäre hier aber die Lösung `X=3`.
Um Letzteres zu erreichen, könnte man außer der Termgleichheit (Strukturgleichheit) auch die Gleichheit modulo interpretierten Funktionen und weiteren Prädikaten für spezielle Strukturen erlauben. Dies führt zu der Erweiterung der **Logikprogrammierung mit Constraints** (**Constraint Logic Programming, CLP**):

- Erlaube statt Termen auch Constraint-Strukturen, d. h. Datentypen mit einer speziellen festgelegten Bedeutung (im Gegensatz zu *freien* Termstrukturen).
- Ersetze die Unifikation durch spezielle Lösungsalgorithmen für diese Constraints.

Beispiel: CLP($\mathcal{R}$)

- Constraint-Struktur: reelle Zahlen (und Terme) und arithmetische Funktionen
- Constraints: Gleichungen/Ungleichungen zwischen arithmetischen Ausdrücken
- Lösungsalgorithmen: Gauß'sches Eliminationsverfahren (Gleichungen), Simplexmethode (Ungleichungen) und Unifikation (Terme)

Mit SICStus-Prolog:

```
?- use_module(library(clpr)).
?- {X=3+2}.
X=5.0
?- {5=3+X}
X=2.0
```

Als konkretes Beispiel betrachten wir die Hypothekenberechnung. Dafür sind die folgenden Parameter relevant:

H: Hypothek-Gesamtbetrag

L: Laufzeit (in Monaten)

Z: monatlicher Zinssatz

B: am Ende ausstehender Betrag

MR: monatliche Rückzahlung

Ein Programm, das diese Parameter in die richtige Relation setzt, besteht aus zwei Regeln, wobei die erste Regel eine Laufzeit von maximal einem Monat beschreibt, und die zweite Regel eine Laufzeit von mehr als einem Monat rekursiv löst:

```
:- use_module(library(clpr)).

hypothek(H,L,Z,B,MR) :- { L >= 0, L =< 1, B = H * (1 + Z * L) - L * MR}.
hypothek(H,L,Z,B,MR) :- {L > 1},
                        hypothek(H * (1 + Z) - MR, L - 1, Z ,B, MR).
```

Damit haben wir ein recht universell einsetzbares Programm, um verschiedene Hypothekenprobleme zu berechnen:

- Monatliche Rückzahlung einer Hypothek?

```
?- hypothek(100000,180,0.01,0,MR).
MR=1200.68
```

- Zeitdauer zur Finanzierung einer Hypothek?

```
?- hypothek(100000,L,0.01,0,1400).
L=125.901
```

- Relation zwischen den Parametern `H, B, MR`?

```
?- hypothek(H,180,0.01,B,MR).
MR=0.012*H-0.002*B
```

Neben arithmetische Strukturen sind auch weitere Constraint-Strukturen sinnvoll:

Boolsche Ausdrücke: Diese können beim Hardwareentwurf und der -verifikation eingesetzt werden.

Unendliche zyklische Bäume

Listen

Endliche Bereiche: Diese haben zahlreiche Anwendungen bei Planungsaufgaben und Optimierungsproblemen (Operations Research), z. B. bei der Containerverladung, Flottenplanung, Personalplanung, Produktionsplanung, etc. Dies ist daher eine der praktisch wichtigsten Erweiterungen von Prolog.

Das typische Vorgehen bei der Programmierung mit endlichen Bereichen ist wie folgt:

1. Definiere den endlichen(!) Wertebereich der Variablen („domain").
2. Definiere die Constraints/Randbedingungen der Variablen.
3. Definiere ein Aufzählungsverfahren/Backtracking-Strategie für Variablen („labeling").

Ohne dies weiter zu vertiefen, geben wir ein Beispiel hierfür an. Wir wollen das folgende kryptoarithmetische Puzzle lösen:

$$\begin{array}{r} \text{SEND} \\ +\ \text{MORE} \\ \hline \text{MONEY} \end{array}$$

Hierbei steht jeder Buchstabe für eine Ziffer, und unterschiedliche Buchstaben für unterschiedliche Ziffern. Mit CLP(FD) (Constraint Logic Programming over Finite Domains) kann man dies Problem z.B. in SICStus-Prolog wie folgt lösen:

```
% Lade den Constraint-Löser für endliche Bereiche:
:- use_module(library(clpfd)).

sum(L) :-
   L=[S,E,N,D,M,O,R,Y],
   domain(L,0,9), % Wertebereich festlegen
   S#>0, M#>0,    % Constraints festlegen
   all_different(L),
                1000*S+100*E+10*N+D
              + 1000*M+100*O+10*R+E
     #= 10000*M+1000*O+100*N+10*E+Y,
   labeling([],L). % Variablenwerte aufzählen

?- sum([S,E,N,D,M,O,R,Y]).
D=7,E=5,M=1,N=6,O=0,R=8,S=9,Y=2
```

6.3.5 CLP(X): Ein Rahmen für Constraint Logic Programming

Mit CLP(X) wird ein allgemeiner Rahmen für die logische Programmierung mit Constraints bezeichnet, der in (Jaffar and Lassez, 1987) vorgeschlagen wird. Hierbei ist X eine beliebige, aber feste **Constraint-Struktur**, die aus folgenden Elementen besteht:

- eine Signatur Σ, d.h. eine Menge von Funktions- und Prädikatssymbolen
- eine Struktur D über Σ, d.h. eine Wertemenge mit entsprechenden Funktionen und Prädikaten, die die Symbole in Σ interpretieren. Im Fall von CLP($\mathcal{R}$) könnten dies z.B. reelle Zahlen mit den üblichen Operationen und Relationen ($+$, $-$, $*$, $/$, $=$, $<$, $>$,...) sein.
- eine Klasse L von Formeln über Σ, d.h. Teilmenge der Formeln der Prädikatenlogik 1. Stufe mit Symbolen aus Σ.
- eine Theorie T, d.h. eine Axiomatisierung der wahren Formeln aus L, sodass ein Constraint $c \in L$ wahr ist gdw. $T \models c$.

Damit eine solche Constraint-Struktur mit der logischen Programmierung kombiniert werden kann, werden noch einige weitere Forderungen aufgestellt:

1. Σ enthält das binäre Prädikatsymbol $=$, das als Identität in D interpretiert wird.
2. Es gibt Constraints $\perp$ und $\top$ in L, die als falsch bzw. wahr in D interpretiert werden.
3. L ist abgeschlossen unter Variablenumbenennung, Konjunktion und Existenzquantifizierung.

Dann kann man CLP(X)-Programme ähnlich wie logische Programme definieren, indem man zusätzlich zu Literalen in Klauselrümpfen und Anfragen auch Constraints erlaubt. So haben **Klauseln** in CLP(X)-Programmen die Form

$$p(\overline{t}) \texttt{ :- } c, p_1(\overline{t_1}), \ldots, p_k(\overline{t_k})$$

wobei $\overline{t}, \overline{t_1}, \ldots, \overline{t_k}$ Folgen von Termen mit Funktionssymbolen aus Σ und c ein Constraint aus L sind.
Analog haben **Anfragen** in CLP(X)-Programmen die Form

$$\texttt{?- } c, p_1(\overline{t_1}), \ldots, p_k(\overline{t_k})$$

wobei c erfüllbar ist. Das **Resolutionsprinzip für CLP(X)** kann dann wie folgt definiert werden (wobei wir hier aus Vereinfachungsgründen die Selektionsregel von Prolog betrachten).

Definition 6.5 (Resolutionsprinzip für CLP(X))**.** *Die Anfrage*

$$\texttt{?- } c, p_1(\overline{t_1}), \ldots, p_k(\overline{t_k})$$

wird mit der Klausel

$$p_1(\overline{s}) \texttt{ :- } c', L_1, \ldots, L_m$$

reduziert zu der Anfrage

$$\texttt{?- } c \wedge c' \wedge \overline{t_1} = \overline{s}, L_1, \ldots, L_m, p_2(\overline{t_2}), \ldots, p_k(\overline{t_k})$$

falls der Constraint $c \wedge c' \wedge \overline{t_1} = \overline{s}$ *erfüllbar ist.*

Somit wird also die Unifikation durch einen Erfüllbarkeitstest für die jeweilige Constraint-Struktur ersetzt. Bezüglich dieser Erweiterungen werden in (Jaffar and Lassez, 1987) die wichtigsten Ergebnisse der logischen Programmierung auf den Rahmen CLP(X) übertragen:

> Die Standardresultate der Logikprogrammierung (d.h. die Korrektheit/Vollständigkeit der SLD-Resolution) sind auch gültig für CLP(X).

Wie man aus dem erweiterten Resolutionsprinzip ersehen kann, ist es zur Implementierung von CLP(X) notwendig, die Erfüllbarkeit von Constraints bezüglich der Constraint-Struktur X zu testen. Die Implementierung hiervon wird auch als **Constraint-Löser** bezeichnet. Damit nicht bei jedem Schritt erneut ein kompletter Erfüllbarkeitstest durchgeführt werden muss, muss der Constraint-Löser *inkrementell* (!) arbeiten.
Betrachten wir z.B. $X = \mathcal{R}$ (d.h. arithmetische Constraints über den reellen Zahlen): Als Constraint-Löser wird hier neben der Termunifikation eine inkrementelle Version vom Gauß'schen Eliminationsverfahren (Lösen von Gleichungen) und eine inkrementelle Simplexmethode (Lösen von Ungleichungen) eingesetzt.
Eine Abschwächung dieses allgemeinen Schemas erfolgt oft bei „harten Constraints", d.h. Constraints, die nur mit großem Aufwand exakt zu lösen sind: Hier erfolgt kein voller Erfüllbarkeitstest, sondern es wird z. B. wie folgt vorgegangen:

- Verzögere die Auswertung von „harten Constraints“ (z. B. Verzögerung von nichtlinearen Constraints in CLP($\mathcal{R}$), bis sie linear werden).

- Führe bei endlichen Bereichen (CLP(FD)) nur eine lokale Konsistenzprüfung durch, da ein globaler Erfüllbarkeitstest für die Constraints in der Regel NP-vollständig ist (siehe (Van Hentenryck, 1989)).

Betrachten wir z. B. CLP(FD), d. h. die Constraint-Programmierung über endlichen Bereichen. Hier werden als Lösungsalgorithmen Methoden aus dem Operations Research zur lokalen Konsistenzprüfung (Knoten-, Kantenkonsistenz) eingesetzt, d. h. es ist nicht sichergestellt, dass die Constraints immer erfüllbar sind (da ein solcher Test NP-vollständig wäre). Aus diesem Grund erfolgt die konkrete Überprüfung einzelner Lösungen durch Aufzählen (Prinzip: “constrain-and-generate”). Dies ist der Grund, warum man nach der Aufzählung aller Constraints das `labeling`-Prädikat angibt.

6.4 Datenbanksprachen

Eine relationale Datenbank ist im Prinzip eine Menge von Fakten ohne Variablen und ohne Funktoren. Eine Anfrage à la SQL ist eine prädikatenlogische Formel, die in eine Prolog-Anfrage mit Negation transformiert werden kann.
Aus diesem Grund ist es sinnvoll und konzeptuell einfach möglich, relationale Datenbanken in Prolog-Systeme einzubetten. Der Vorteil einer solchen Einbettung ist die Erweiterung der Funktionalität eines Datenbanksystems durch Methoden der Logikprogrammierung. Dies führt zu **deduktiven Datenbanken**. Dies sind Mischungen aus relationale Datenbanken und Prolog, wobei meist aber nur eine Teilsprache namens **DATALOG** (Prolog ohne Funktoren) betrachtet wird.
Der Vorteil ist, dass man nur Basisrelationen in der Datenbank speichern muss und abgeleitete Relationen als Programm darstellen kann. Hierbei ist es wichtig anzumerken, dass das Programm auch rekursiv sein kann, wodurch die Mächtigkeit im Vergleich zu grundlegendem SQL erhöht wird (neuere Versionen von SQL erlauben ebenfalls die Definition rekursiver Abfragen).

Beispiel 6.9 (Deduktive Datenbanken)**.** Wir betrachten folgende Basisrelationen:

- Lieferanten-Teile: `supp_part(Supp,Part)`

- Produkt-Teile: `prod_part(Prod,Part)`

Nun wollen wir die folgende abgeleitete Relation definieren: Produkt-Lieferant `prod_supp`.

```
prod_supp(P,S) :- prod_part(P,Part), supp_part(S,Part).
prod_supp(P,S) :- prod_part(P,Part), prod_supp(Part,S).
                  % Ein Produkt kann andere Produkte enthalten!
```

Dies ist eine rekursive Relation, die so nicht direkt in grundlegendem SQL formulierbar ist.

Interessante Aspekte von DATALOG sind:

- Anfrageoptimierung: Effizientes Finden von Antworten (top-down- oder bottom-up-Auswertung)
- Integritätsprüfung: Integritätsbedingungen sind logische Formeln über Datenbank-Relationen, deren Erfüllbarkeit nach jeder Datenbank-Änderung (effizient!) geprüft werden muss.

7 Sprachkonzepte zur nebenläufigen und verteilten Programmierung

Bisher haben wir nur Programmiersprachen mit sequentiellen Berechnungsprinzipien betrachtet. Durch die starke Vernetzung von Rechnern und auch mehreren CPUs in einzelnen Rechnern wird das Rechnen in Prozessen und Netzwerken immer wichtiger. In diesem Kapitel wollen wir hierzu geeignete Programmiersprachen und Sprachkonzepte betrachten.

7.1 Grundbegriffe und Probleme

Unter einem **Prozess** verstehen wir den Ablauf eines sequentiellen Programms, d. h. ein Prozess enthält alle dafür notwendigen Informationen, wie Programmzähler, Speicher, u.ä. Somit müssen wir folgende Begriffe auseinanderhalten:

- Programm: statische Beschreibung möglicher Abläufe
- Prozess: ein dynamischer Ablauf eines Programms

Der Ablauf eines Programms/Prozesses kann neue Prozesse erzeugen. Falls ein Programm mehrere Prozesse beschreibt, sprechen wir auch von einem **Thread** („Faden“, leichtgewichtiger Prozess): Darunter verstehen wir einen Ablauf in einem Programm, z. B. die Veränderung eines Programmzählers. Eine **multi-threaded language/system** enthält in der Regel mehrere Threads. Alternativ wird manchmal auch der Begriff **multi-processing** verwendet, aber dieser wird eher für Systeme mit mehreren Betriebssystemprozessen benutzt.

Die Motivation für die Mehrprozessprogrammierung besteht unter anderem in der Verfolgung der folgenden Ziele:

- Erhöhung der Effizienz (Nutzung mehrerer CPUs)
- natürliche Problemabstraktion:
  - physikalisch verteiltes System (z. B. Internet)
  - mehrere Benutzer, Simulationen, ...

Zum besseren Verständnis geben wir die folgende Begriffsabgrenzung an (dies ist leider nicht ganz einheitlich):

Nebenläufiges System: Enthält mehrere Threads/Prozesse

Verteiltes System: Prozesse laufen auf unterschiedlichen Prozessoren, die oft weit auseinderliegen, aber mit einem Netzwerk verbunden sind

Paralleles System: Wie ein verteiltes System, aber die Prozessoren sind enger gekoppelt (z. B. gemeinsamer Speicher, schneller Bus) ⇒ Parallelrechner

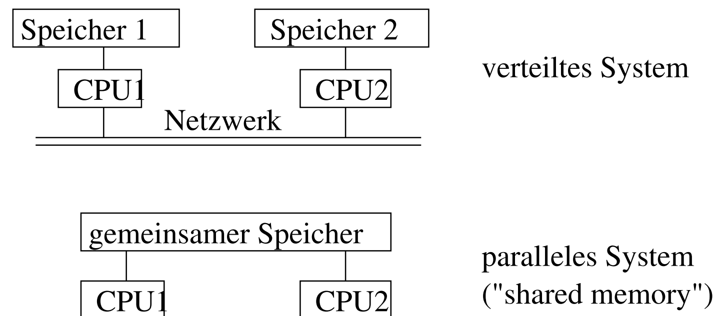


Abbildung 7.1: Vergleich verteiltes/paralleles System

Nebenläufigkeit/Verteiltheit: Dies ist eine logische Eigenschaft, die durch die Programmiersprache explizit unterstützt werden muss.

Parallelität: Dies ist eine Eigenschaft der Implementierung, die durch eine Programmiersprache unterstützt werden kann, aber auch implizit, z. B. durch einen parallelisierenden Compiler, realisiert wird. Allerdings sind die Probleme bei der Programmierung in beiden Fällen ähnlich.

In nebenläufigen Systemen können u.a. die folgenden Probleme auftreten:

1. Prozesse laufen nicht unabhängig ab.
2. Prozesse kopieren und tauschen Daten aus.
3. Prozesse greifen auf eine gemeinsame Datenbasis zu.
4. Prozesse haben Abhängigkeiten (das Ergebnis eines Prozesss wird von anderen Prozessen genutzt).
5. Prozesse müssen auf andere Prozesse warten.
6. Prozesse müssen evtl. auf einem einzigen Prozessor ablaufen (interleaving).

Die Fälle 2 und 3 sind Probleme der *Kommunikation*, 4 und 5 Probleme der *Synchronisation*, und 6 ein Problem des *Scheduling* (dieses wird hier nicht weiter betrachtet, da dies eine typische Aufgabe des Betriebssystems ist). Kommunikation und Synchronisation hängen häufig eng zusammen, da oft durch Kommunikation auch synchronisiert wird. Ein wichtiger Mechanismus zur Lösung dieser Probleme ist der **gegenseitige Ausschluss**.

Beispiel 7.1 (Gegenseitiger Ausschluss)**.** Zwei Prozesse verändern gemeinsame Daten:

```
P1:  ⋮                 P2:  ⋮
     x=x*2;                 x=x+1;
     ⋮                      ⋮
```

Falls initial `x=0` gilt, sollte nach Ablauf von P1 und P2 `x=1` oder `x=2` gelten, je nach, welche Zuweisungsinstruktion eher ausgeführt wird. Aber eine Zuweisung wie `x=x*2` oder `x=x+1` ist keine Elementaroperation, sondern `x=x+1` besteht z. B. aus den Maschinenanweisungen

```
load x in a;
incr a;
store a in x
```

Somit ist auch folgende Ausführung möglich (Zeitdiagramm):

```
P1              x=0   P2
⋮                     ⋮
load:  a=0            ...
                      load: a=0
mult2: a=0
                      incr: a=1
                x=1   store
store           x=0
```

Lösung: Gegenseitiger Ausschluss der Modifikation von `x` in P1 und P2. Man sagt auch, dass “`x=x+1`” ein **kritischer Bereich** ist.

Ein einfacher Mechanismus zur Realisierung des gegenseitigen Ausschlusses sind **Sperren** (**locks**) auf gemeinsame Ressourcen.

Beispiel 7.2 (Locks)**.**

```
p1: ...
    lock(x);
    x:=x*2;
    unlock(x);
    ...
```

`lock(x)`: Prüfe, ob Objekt `x` gesperrt: Falls ja dann warte, bis `x` nicht gesperrt, falls nein dann sperre `x`. Diese Operation ist atomar (nicht unterbrechbar wie z. B. eine Zuweisung).

`unlock(x)`: Entsperre `x` (und aktiviere einen evtl. wartenden Prozess).

Hierdurch wird das obige Problem vermieden, aber es ergeben sich auch neue Probleme, die wir am klassischen Beispiel der dinierenden Philosophen erläutern wollen.

Beispiel 7.3 (Dinierende Philosophen (Dining Philosophers))**.**

- 5 Philosophen (Prozesse, $P_1, \ldots, P_5$) essen und denken abwechselnd
- Es befindet sich jeweils ein Stäbchen S_i zwischen den Philosophen P_i und P_{i+1} ($\approx$ gemeinsame Ressource).
- P_i benötigt zum Essen seine beiden Nachbarstäbchen S_i und S_{i+1}. Da die Philosophen im Kreis am Tisch sitzen, soll gelten: $S_6 \equiv S_1$.

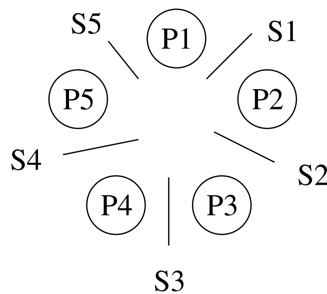


Abbildung 7.2: Struktur der essenden Philosophen

Je nach Programmierung können nun folgende Probleme auftreten:

Verklemmung (Deadlock) Das Programm für den Philosophen P_i lautet wie folgt ($i = 1, \ldots, n$):

```
loop
   lock(S_i);
   lock(S_{i+1});
   esse;
   unlock(S_i);
   unlock(S_{i+1});
   denke;
end
```

Falls alle P_i gleichzeitig `lock(`S_i`)` ausführen, sind alle Philosophen blockiert.

Blockade (Livelock) Es entsteht kein Deadlock, aber kein Prozess macht Fortschritte. Hierbei ist der Code wie oben, aber nach `lock(`S_i`)` wird nun `unlock(`S_i`)` ausgeführt, falls S_{i+1} gesperrt ist. Hierdurch können eventuell alle Philosophen P_i in die folgende Schleife geraten:

```
lock(S_i);
```

```
unlock(S_i);
lock(S_i);
unlock(S_i);
⋮
```

Fairness Jeder Philosoph P_i, der essen möchte, soll dies irgendwann tun können. Eine unfaire Lösung wäre: Lasse nur P_1 und P_3 essen. Ebenfalls unfair(!) ist: Lasse reihum P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 essen. Dies ist unfair, denn die Philosophen haben verschieden viel Hunger und brauchen unterschiedlich lange zum Essen.

Busy Waiting Falls `lock(`S_i`)` ausgeführt werden soll, prüfe immer wieder, ob Sperre auf S_i noch vorhanden ist. Diese Prüfschleife belastet den Prozessor und sollte vermieden werden. Wie man dies machen kann, wird im nächsten Abschnitt erläutert.

7.2 Sprachkonstrukte zum gegenseitigen Ausschluss

Für die Erzielung eines gegenseitigen Ausschlusses wurden verschiedene Konzepte entwickelt, die wir im Folgenden näher betrachten wollen.

7.2.1 Semaphore

Man kann Busy Waiting vermeiden durch Verwendung eines **Semaphors**:

Definition 7.1 (Semaphore (Dijkstra 1968))**.** *Konzeptuell ist ein Semaphor eine nicht-negative ganzzahlige Variable mit einer Prozesswarteschlange und zwei Operationen.*

`P` ***(„passeren") oder „wait":*** *Falls Semaphor > 0, erniedrige diesen um 1, sonst stoppe die Ausführung des aufrufenden Prozesses (d. h. trage diesen in die Prozesswarteschlange des Semaphors ein).*

`V` ***(„vrijgeven") oder „signal":*** *Falls Prozesse in der Warteschlange warten, dann aktiviere einen, sonst erhöhe den Semaphor um 1.*

Der Initialwert eines Semaphors ist 1 (dann sprechen wir auch von einem ***binären Semaphor****) oder $n > 1$ (falls n Prozesse in den kritischen Bereich gleichzeitig eintreten können sollen).*

Wichtig ist, dass `P`/`V` **unteilbare** Operationen sind, die durch das Betriebssystem realisiert werden. Mit Semaphoren können wir kritische Bereiche absichern, indem wir `P` zu Beginn und `V` am Ende benutzen.

Beispiel 7.4 (Nutzung eines Semaphors)**.** Sei `s` ein binärer Semaphor. Dann kann ein kritischer Bereich wie folgt abgesichert werden:

```
⋮
P(s);
x := x+1;  // kritischer Bereich
```

```
V(s);
⋮
```

Verwendung von Semaphoren in Programmiersprachen:

- Algol 68: Erste Programmiersprache mit eingebauten Semaphoren.
- C: Nutzt Unix-Bibliotheken für Semaphore (`sys/sem.h`). Erzeugung neuer Prozesse durch Kopieren (`fork`) eines existierenden

Nachteile von Semaphoren:

- low-level-Ansatz ($\approx$ Assembler)
- Fehleranfällig, insbesondere bei der Programmierung von komplexen, gemeinsam benutzten Datenstrukturen.

7.2.2 Monitore

Die Nachteile der Semaphore führte Hoare 1974 zur Idee, eine höhere Abstraktion zur Synchronisation zu entwickeln.

Definition 7.2 (Monitor)**.** *Ein* ***Monitor*** *ist ein Modul/Objekt, welches den synchronisierten Zugriff auf Daten organisiert. Ein Monitor besteht aus:*

- *Lokalen Daten,*
- *Operationen auf diesen Daten,*
- *einem Initialisierungsteil, und*
- *einem Mechanismus zur Suspension („delay“) und zum Aufwecken („continue“) von Operationen/Prozessen.*

Wichtig sind zudem die folgenden Eigenschaften:

- *Der Zugriff auf lokale Daten erfolgt nur über die Operationen des Monitors ($\approx$ ADT).*
- *Nur ein Prozess kann gleichzeitig in den Monitor eintreten (d. h. eine Operation aufrufen).*

Beispiel 7.5 (Monitor)**.** Wir betrachten einen Puffer in Concurrent-Pascal:

```
type buffer =
  monitor
    var contents: array[1..n] of ...;
        num: 0..n;  { number of elements }
        sender, receiver: queue;

    procedure entry append (item: ...);
```

```
    begin
      if num = n then delay(sender); { buffer is full }
      ... { insert in buffer }
      continue(receiver);
    end;

    procedure entry remove (var item: ...);
    begin
      if num = 0 then delay(receiver);
      ... { take one item }
      continue(sender);
    end;
  begin
    num := 0; ...
  end;
```

Anmerkungen:

- `delay(Q)` fügt aufrufenden Prozess in die Warteschlange `Q` ein.
- `continue(Q)` aktiviert einen Prozess aus der Warteschlange `Q`.
- `entry` markiert eine von außen aufrufbare Monitor-Operation.

Monitore sind prinzipiell ein elegantes Konzept (alle kritischen Bereiche und Datenstrukturen sind in einem ADT gekapselt), aber trotzdem wurde dieses eher selten in Programmiersprachen verwendet (z. B. in Concurrent Pascal, Mesa). Man findet aber konzeptuell ähnliche Konzepte in anderen Programmiersprachen, z. B. bietet Java ein Monitor-ähnliches Konzept an (siehe Kapitel 7.3).

7.2.3 Rendezvous-Konzept

Ein weiteres Synchronisationskonzept ist das sogenannte **Rendezvous-Konzept**.

Definition 7.3 (Rendezvous)**.** *Dies bezeichnet die Kommunikation und Synchronisation von Prozessen durch koordiniertes Abarbeiten einer Prozedur. Dieses Synchronisationskonzept findet man in den Sprachen* Ada *und auch in* Concurrent C*. Die Grundidee des Rendezvous ist eine Client-Server-Kommunikation:*

Server: *bietet einen oder mehrere Einstiegspunkte mit Parametern zum Aufruf an und wartet auf einen Aufruf.*

Client: *Ruft diese Einstiegspunkte auf und wartet bei dem Aufruf (d. h. er blockiert), bis dieser akzeptiert und abgearbeitet ist (⇒ „Rendezvous“).*

Beispiel 7.6 (Rendezvous)**.** Die Sprachkonstrukte hierfür in der Sprache Ada sind:

- Einstiegspunkt:

```
accept <entryname + parameter> do
  <body>
end
```

- Aufruf:

```
<servername>.<entryname + parameter>
```

Dadurch ergibt sich der folgende zeitliche Ablauf:

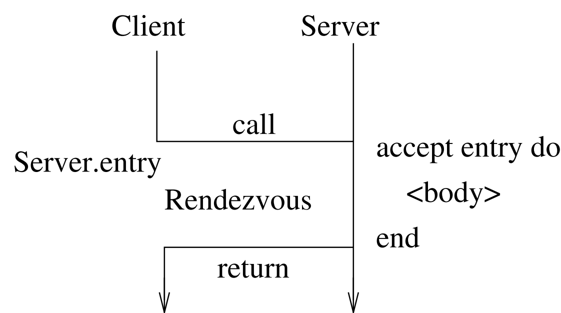


Abbildung 7.3: Ablauf Rendezvous.

- Der Aufruf kann vor `accept` oder auch umgekehrt erfolgen, da beide Partner bis zur Synchronisation warten.
- Ein Server kann mehrere Clients bedienen.
- Ein Server kann mehrere Einstiegspunkte anbieten. Hierzu gibt es die allgemeinere Form:

```
select
  when <condition> => accept ... end; ...
or
  when <condition> => accept ... end; ...
end select;
```

Unterschiede zu Monitoren:

- Der Server ist kein eigenständiges Modul, das gemeinsame Datenstrukturen verwaltet.

- Jeder Prozess (in Ada: `task`) kann mittels einer `accept`-Anweisung zu einem Server werden.
- Die Server/Client-Funktion ist nicht global fixiert (im Gegensatz zu einem Monitor, der immer ein Server ist), sondern kann dynamisch variieren.
- Es gibt eine Warteschlange pro Einstiegspunkt.

Beides sind daher unterschiedliche, aber hohe Konzepte (im Gegensatz zu Semaphoren) zur Synchronisation.

Beispiel 7.7 (Puffer in Ada mittels Rendezvous-Konzept)**.**

```
task Buffer is
  entry Append(item: in INTEGER);
  entry Remove(item: out INTEGER);
end;

task body Buffer is
  contents: array (1..n) of INTEGER;
  num: INTEGER range 0..n := 0;
  ipos, opos: INTEGER range 1..n := 1;
 begin loop
  select
    when num<n =>
      accept Append(item: in INTEGER) do
        contents(ipos) := item;
      end;
    ipos := (ipos mod n)+1; num := num+1;
  or
    when num>0 =>
      accept Remove(item: out INTEGER) do
        item := contents(opos);
      end;
    opos := (opos mod n)+1; num := num-1;
  end select;
 end loop;
end Buffer;
```

Anmerkungen:

- Die Abarbeitung eines `accept` ist ähnlich zu einem Prozeduraufruf mit üblicher Parameterübergabe, aber der Prozeduraufruf des Client wird im Server abgearbeitet.
- Erzeuger-Client: Server-Aufruf `Buffer.Append(v)`
- Verbraucher-Client: Server-Aufruf `Buffer.Remove(v)`

- Das Rendezvous ist erst möglich, falls die „when“-Bedingung erfüllt ist.

7.2.4 Message Passing

Definition 7.4 (Nachrichtenaustausch (message passing))**.** *Kommunikation und Synchronisation zwischen Prozessen durch das Versenden von Nachrichten über Kanäle, meistens vom Betriebssystem unterstützt.*

Unterschiede gibt es bei diesem Konzept bei

- der Struktur der Kanäle (symmetrisch/asymmetrisch), und
- der Synchronisation.

Vorteile:

- Keine kritischen Bereiche, da Prozesse konzeptuell getrennt (keine gemeinsamen Speicherbereiche)
- Flexible Kommunikationsstrukturen ($1:1$, $1:n$, $n:1$, $n:m$)

Modelle zum Nachrichtenaustausch:

Punkt-zu-Punkt: Ein Sender description schickt eine Nachricht an einen Empfänger (Prozess).

symmetrisch: Empfänger und Sender kennen sich gegenseitig mit Namen, dadurch kann der Empfänger direkt antworten (vgl. Telefon)

asymmetrisch: Nachrichtenfluss nur in eine Richtung (bgl. „pipes“ in Unix). Fall es viele Sender gibt, muss der Empfänger die eingehenden Nachrichten zwischenspeichern: Jeder Empfänger hat einen Empfangspuffer, auch *mailbox* oder *„port“* genannt.

synchrone Kommunikation: Der Sender wartet, bis der Empfänger die Nachricht akzeptiert hat (dies wird häufig auf Hardwareebene realisiert, z. B. in Occam zur Programmierung von Transputern).

asynchrone Kommunikation: Der Sender arbeitet nach dem Versand einer Nachricht direkt weiter, die Empfängerbestätigung muss explizit programmiert werden (häufig bei Netzwerken und many-to-one-Kommunikation).

Rendezvous: s.o.; im Wesentlichen synchroner Nachrichtenaustausch zwischen Sender und Empfänger.

Prozedurfernaufrufe: Prozedurfernaufrufe (remote procedure call, RPC, RMI (Java)) ähneln dem Rendezvous-Konzept, jedoch mit einer Behandlung analog zum lokalen Prozeduraufruf:

- einfache Einbettung in existierende Programmiersprachen

- „einfache“ Portierung existierender sequentieller Programme in nebenläufigen Kontext (jedoch komplexere Fehlersituationen möglich!)

Gruppenkommunikation (broadcasting, multicasting): ein Prozess kann Nachrichten direkt an eine Menge von Empfängerprozessen schicken.

Programmierunterstützung dieser Konzepte:

- durch Betriebssystem und/oder Bibliotheken ⇒ im Wesentlichen keine Änderung der Basissprache
- durch spezielle Konstrukte in Programmiersprachen: Beispiel Occam: Assembler für Transputer (eng gekoppelte Parallelrechner); synchrone Kommunikation (Punkt-zu-Punkt) über Kanäle.

```
CHAN OF BYTE input, output -- Kanaldeklaration
SEQ
  input?x    -- empfange Wert x von Kanal input
  output!x   -- sende den Wert x ueber den Kanal output
```

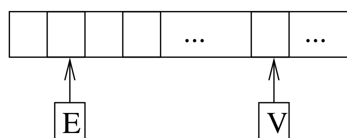
7.2.5 Zusammenfassung

Programmiersprachen müssen zur nebenläufigen Programmierung folgendes bereitstellen:

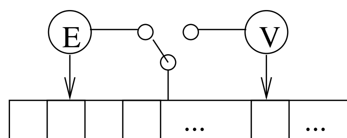
1. Konstrukte zur Erzeugung neuer Prozesse (Ada: `task`, C/Unix: `fork`, Occam: `par`, ...)
2. Konstrukte zur Kommunikation/Synchronisation zwischen Prozessen

Es folgt eine Veranschaulichung von Synchronisationsmechanismen für einen Puffer (hierbei ist E ein Erzeuger und V ein Verbraucher):

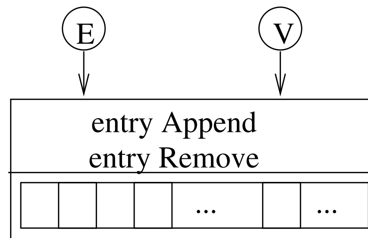
Direktzugriff ohne Synchronisation



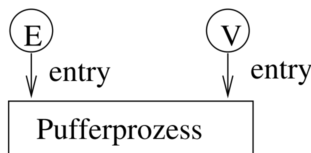
Semaphor



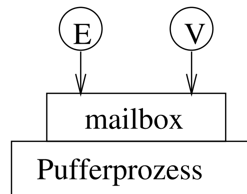
Monitor



Rendezvous



Nachrichtenaustausch



7.3 Nebenläufige Programmierung in Java

Java wurde ursprünglich als Programmiersprache für das Internet eingeführt und enthält daher Möglichkeiten zur nebenläufigen Programmierung:

1. Standardklasse `Thread` für Prozesse ⇒ definiere eigene Prozesse als Unterklasse von `Thread`
2. Synchronisation durch Monitor-ähnliches Konzept: jedes Objekt kann als Monitor agieren, wenn alle Attribute `private` und alle Methoden `synchronized` sind.

7.3.1 Prozesse in Java: Threads

Analog zu anderen Basisklassen wie `String` gibt es eine Klasse `Thread`, deren Objekte ablaufbare Prozesse sind. Diese entsprechen nicht unbedingt Betriebssystem-Prozessen, da die JVM Threads selbst verwalten kann. Wichtige Methoden der Klasse `Thread` sind:

`start()` startet einen neuen Thread, wobei in diesem die Methode `run()` ausgeführt wird.

`run()` ist die Methode, die ein Thread ausführt. Diese wird üblicherweise in Unterklassen redefiniert. Wenn die Ausführung von `run()` terminiert, wird der Thread beendet.

`sleep(long ms)` stoppt den Thread für `ms` Millisekunden

Beispiel 7.8 (Threads in Java). Wir betrachten einen Druckprozess

```
class PrintThread extends Thread {
  public void run () {
    <Anweisungen zum Drucken>
  }
}
```

Starten des Druckprozesses:

```
new PrintThread().start();
```

eine weitere Möglichkeit für die Erzeugung von Threads ist die Implementierung des Interfaces `Runnable` (dieses enthält nur die Methode `run()`). Man erzeugt einen Thread mit dem Konstruktor `Thread(Runnable target)`:

```
class PrintSpooler implements Runnable {
    public void run() { ... };
}
```

Starten des Druckprozesses:

```
new Thread(new PrintSpooler()).start();
```

7.3.2 Synchronisation in Java

Die Synchronisation in Java ist verankert in der Klasse `Object`: Jedes Objekt kann synchronisieren und enthält eine Sperre (lock). Auf die kann man allerdings nicht explizit zugreifen, sondern es gibt eine Synchronisationsanweisung:

```
synchronized (expr) statement
```

Die Bedeutung dieser Anweisung ist:

1. Werte `expr` zu einem Objekt `o` aus.
2. Falls `o` nicht gesperrt ist, sperre `o`, führe `statement` aus, entsperre `o`.
3. Falls `o` vom gleichen Prozess gesperrt ist, führe `statement` aus.
4. Falls `o` von einem anderen Prozess gesperrt ist, warte, bis `o` entsperrt ist.

Anstelle der Synchronisation einzelner Anweisungen/Blöcke kann man auch (strukturierter!) Methoden synchronisieren:

```
synchronized τ method(...) {
  Rumpf
}
```

Dies entspricht dann folgender Definition:

```
τ method(...) {
  synchronized(this) { Rumpf }
}
```

Der Rumpf der Methode `method` wird somit nur ausgeführt, falls man die Sperre auf dem Objekt `o` bekommt oder schon hat.
Damit können wir einen Monitor-orientierten Stil realisieren; dies ist auch empfehlenswert wegen seiner guten Programmstruktur.

- alle Attribute sind als `private` deklariert
- alle nicht `private`-Methoden sind `synchronized`

Effekt: nur ein Prozess kann gleichzeitig Attribute eines Objektes verändern.

Jedoch ist auch noch die **Suspension** von Prozessen notwendig, bis bestimmte Bedingungen erfüllt sind (vgl. das Puffer-Beispiel). Zu diesem Zweck hat in Java jedes Objekt eine Prozesswarteschlange, die zwar nicht direkt zugreifbar ist, aber die mit folgenden Methoden beeinflusst werden kann:

`o.wait()` Suspendiert den aufrufenden Prozess und gibt gleichzeitig die Sperre auf das Objekt `o` frei

`o.notify()` aktiviert einen(!) Prozess, der mit `o.wait()` vorher suspendiert wurde. Dieser Prozess muss sich dann wieder um die frei gegebenen Sperre bewerben.

`o.notifyAll()` aktiviert alle diese Prozesse.

Eine typische Anwendung dieser Methoden innerhalb von synchronisierten(!) Objektmethoden sieht wie folgt aus:

- `wait()` in `while`-Schleife, bis die Bedingung zur Ausführung erfüllt ist:

  ```
  synchronized void doWhen() {
      while (!<bedingung>) wait();
      <Hier geht es richtig los>
  }
  ```

- `notify()` durch Prozess, der den Objektzustand so verändert, dass ein wartender Prozess evtl. etwas machen und daher aktiviert werden kann.

```
synchronized void change() {
    <Zustandsaenderung>
    notify(); // auch: notifyAll()
}
```

Wichtig: Die Reihenfolge ist beim Aktivieren nicht festgelegt (d.h. es ist keine wirkliche Warteschlange), daher sollte `notifyAll()` verwendet werden, falls möglicherweise mehrere Prozesse warten und es relevant ist welcher aufgeweckt wird.

Beispiel 7.9 (Synchronisierter Puffer)**.** Einen *synchronisierter Puffer* könnten wir in Java wie folgt implementieren:

```
class Buffer {
  private int n;          // Pufferlaenge
  private int[] contents; // Pufferinhalt
  private int num, ipos, opos = 0;

  public Buffer (int size) {
    n = size;
    contents = new int[size];
  }

  public synchronized void append (int item)
      throws InterruptedException {
    while (num==n) wait();
    contents[ipos] = item;
    ipos = (ipos+1)%n;
    num++;
    notify(); // oder: notifyAll()
  }

  public synchronized int remove () throws InterruptedException {
    while (num==0) wait();
    int item = contents[opos];
    opos = (opos+1)%n;
    num--;
    notify(); // oder: notifyAll()
    return item;
  }
}
```

Prozesse, die für einige Zeit inaktiv sind (die z. B. mittels `sleep()` oder `wait()` auf Ereignisse warten), können die Ausnahme `InterruptedException` werfen, falls sie durch einen Interrupt unterbrochen werden. Aus diesem Grund muss die `InterruptedException` bei

Benutzung von `sleep()` oder `wait()` auch behandelt oder deklariert werden. Üblicherweise kann die Behandlung dieser Ausnahmen durch direkte Beendigung erfolgen (s. u.), aber man könnte auch noch offene Dateien schließen oder ähnliche „Aufräumaktionen“ durchführen.
Ein Erzeuger für einen Puffer könnte dann so aussehen:

```
class Producer extends Thread {
  private Buffer b;

  public Producer (Buffer b) { this.b = b; }

  public void run() {
    try {
      for (int i = 1; i <= 10; i++) {
        System.out.println("into buffer: " + i);
        b.append(i);
        sleep(5);
      }
    }
    catch (InterruptedException e)
      { return; }  // terminate this thread
  }
}
```

Ein Verbraucher für einen Puffer könnte die folgende Form haben:

```
class Consumer extends Thread {
  private Buffer b;

  public Consumer (Buffer b) { this.b = b; }

  public void run() {
    try {
      for (int i = 1; i <= 10; i++) {
        System.out.println("from buffer: " + b.remove());
        sleep(20);
      }
    }
    catch (InterruptedException e)
      { return; } // terminate this thread
  }
}
```

Das Starten der Erzeugers und Verbrauchers kann wie folgt passieren:

```
Buffer b = new Buffer(4);
new Consumer(b).start();
new Producer(b).start();
```

7.4 Synchronisation durch Tupelräume

Die bisherigen Synchronisationsmechanismen waren Client/Server-orientiert, d. h. es wurden typischerweise zwei Partner/Prozesse synchronisiert. Ein alternativer Ansatz ist das Konzept **Linda** (Carriero and Gelernter, 1989): Hier erfolgt die Kommunikation durch Austausch von Tupeln. Das grundlegende Modell ist dabei wie folgt charakterisiert:

- Ein zentraler Speicher: **Tupelraum** $\approx$ Multimenge von Tupeln
- Viele unabhängige Prozesse, die Tupel in den Tupelraum einfügen oder auslesen.
- Sprachunabhängig: Linda ist ein Kommunikationsmodell, das zu verschiedenen Sprechen hinzugefügt werden kann. So gibt es C-Linda, Fortran-Linda, Scheme-Linda, Java-Linda (Java Spaces / Jini), ...

Linda basiert auf folgenden Grundoperationen:

`out(t)`: Füge ein Tupel `t` in den Tupelraum ein, wobei ein Tupel eine geordnete Liste von Elementen ist. Vor dem Einfügen werden die einzelnen Elemente entsprechend ihrer Bedeutung in der jeweiligen Programmiersprachen ausgewertet.
Beispiel: `out("hallo",1+3,6.0/4.0)` $\rightsquigarrow$ Tupel `("hallo",4,1.5)` in den Tupelraum einfügen.

`in(t)`: Entferne Tupel `t` aus dem Tupelraum, falls es vorhanden ist; sonst warte, bis `t` in den Tupelraum eingefügt wird. `t` kann auch ein Muster sein, wobei einige Argumente Variablen sind. In diesem Fall wird ein passendes Tupel gesucht und die Variablen entsprechend instantiiert.
Beispiel in C-Linda: `in("hallo",?i,?f)` $\rightsquigarrow$ entferne obiges Tupel und setze `i=4` und `f=1.5`.

`rd(t)`: wie `in(t)`, aber ohne Entfernung des Tupels.

`eval(t)`: erzeugt einen neuen Prozess, der dann `t` (nach Auswertung) in den Tupelraum einfügt. Unterschied zu `out(t)`: Auszuwertendes Objekt kann auch eine Funktion sein, die als Ergebniswert ein Tupel hat.

`inp(t), rdp(t)` (manchmal vorhanden): wie `in(t)` oder `rd(t)`, aber ohne Blockade, falls das Tupel nicht vorhanden ist (sondern z. B. `false` als Ergebnis).

Beispiel 7.10 (Linda)**.** Zwei Prozesse, die abwechselnd aktiv werden („Ping-Pong-Spieler"), in C-Linda:

```
ping(...)
```

```
  { while(...)
    { out("ping");  /* spiele ping */
      in("pong");   /* warte auf pong */
    }
  }

  pong(...)
  { while(...)
    { in("ping");
      out("pong");
    }
  }
```

Hauptprogramm:

```
eval(ping(...)); eval(pong(...));
```

Auch Datenstrukturen sind durch Tupel darstellbar: wir können einen n-elementigen Vektor $V = (e_1, \ldots, e_n)$ als n-Tupel darstellen:

("V",1,e_1)

$\vdots$

("V",n,e_n)

Der Vorteil dieser Darstellung ist, dass ein direkter Zugriff auf einzelne Komponenten möglich ist, z. B. bei der Multiplikation der 3. Komponente mit der Zahl 3:

```
in("V",3,?e);
out("V",3,3*e);
```

Anwendung: Verteilung und parallele Bearbeitung komplexer Datenstrukturen.

Beispiel 7.11 (Parallele Berechnung)**.** Wir starten eines Rechenprozess für jede Komponente:

```
/* ein Prozess fuer jede Komponente */
for (i=1; i<=n; i++) eval(f(i));
:
f(int i)
{ in("V",i,?v);
  out("V",i,compute(v));
}
```

Dies ist relevant, falls `compute` aufwändig zu berechnen ist.

Das Linda-Modell erlaubt die verständliche Formulierung vieler Synchronisationsprobleme, wie folgende Beispiele zeigen.

Beispiel 7.12 (Dining Philosophers)**.** Eine Implementierung in Linda:

```
phil(int i)
{ while(true)
  { think();
    in("stab", i);
    in("stab", (i + 1) % 5);
    eat();
    out("stab", i);
    out("stab" (i + 1) % 5);
  }
}
```

Initialisierung:

```
for(i = 0; i < 5; i++)
{ out("stab", i);
  eval(phil(i));
}
```

Beispiel 7.13 (Client-Server-Kommunikation)**.** Idee: Zur Zuordnung der Antworten zu den Anfragen nummeriere alle Anfragen durch (dies entspricht dem Vergeben einer Auftragsnummer und Zuordnung dieser Nummer zu den Ergebnissen):

```
server()
{ int i=1;
  out("serverindex", i);
  while(true)
  { in("request", i, ?req);
    ...
    out("response", i, result);
    i++;
  }
}

client()
{ int i;
  in("serverindex", ?i); /* hole Auftragsnummer */
  out("serverindex", i + 1);
  ...
  out("request", i, req); /* in req steht der eigentliche Auftrag */
  in("response", i, ?result);
```

```
    ...
}
```

7.5 Nebenläufige logische Programmierung: CCP

Logische Programmiersprachen haben ein hohes Potenzial für die parallele Implementierung:

- UND-Parallelismus
- ODER-Parallelismus

Allerdings ist in diesen Fällen die Parallelität nicht sichtbar für den Programmierer, sondern nur ein Implementierungsaspekt. Dies ist anders bei „nebenläufigen logischen Programmiersprachen“:

- Diese enthalten explizite Konstrukte zur Nebenläufigkeit (z. B. Committed Choice, vgl. Kapitel 6.3.3).
- Erstmalig entwickelt im Rahmen von Japans „Fifths Generation Computing Project“
- Realisiert in vielen verschiedenen Sprachen
- Weiterentwickelt von Saraswat ((Saraswat, 1993)) zum CCP-Modell

CCP: **Concurrent Constraint Programming**

- Erweiterung von CLP um Nebenläufigkeit
- Synchronisation durch Gültigkeit von Constraints
- Prinzip: nebenläufige Agenten (≈ Prozesse) arbeiten auf einem gemeinsamen **Constraint-Speicher** (CS)
- Jeder Agent:
  - wartet auf Information in CS („**ask**“), oder
  - fügt neue (konsistente) Information zu CS hinzu („**tell**“)

  ⇒ entspricht Linda (ohne “`in`”) mit Constraints statt Tupel
- CS wird mit Information angereichert
  ⇒ Reihenfolge der Agentenbearbeitung kann andere Agenten nicht blockieren
  ⇒ (automatische) Deadlockvermeidung

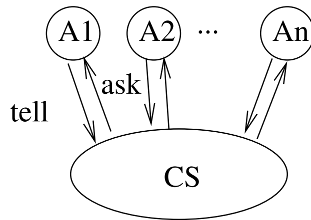


Abbildung 7.4: Skizze der Agenten und des CS

Beispiel 7.14 (Maximum-Agent).

```
max(X,Y,Z) := X <= Y | Y=Z
            □ X >= Y | X=Z
```

Die Bedeutung:

- links von "|": „ask"-Constraints (entspricht "rd" in Linda)
- rechts von "|": „tell"-Constraints (entspricht "out" in Linda)
- □ kennzeichnet Alternativen (committed choice)

Der Agent `max(X,Y,Z)`

- wartet, bis Relation zwischen `X` und `Y` aus CS bekannt, und
- wählt dann **eine** passende Alternative und fügt ein Gleichheitsconstraint zu CS hinzu.

Damit können die folgenden möglichen Situationen entstehen („$\models$" bezeichnet die logische Implikation aus dem Constraint-Speicher):

- `CS` $\models$ `X=1` und `CS` $\models$ `Y=3`: Füge `Z=3` zu CS hinzu
- `CS` $\models$ `X=Y+2`: Füge `X=Z` zu CS hinzu

Beispiel 7.15 (Nichtdeterministischer Strommischer). Mische Ströme (Listen), sobald Teile bekannt sind.

```
merge(S1,S2,S) := S1=[] | S=S2
                □ S2=[] | S=S1
                □ S1=[E|ST1] | S=[E|ST], merge(ST1,S2,ST)
                □ S2=[E|ST2] | S=[E|ST], merge(S1,ST2,ST)
```

Mit diesem Mischer kann man Kommunikationsstrukturen zwischen mehreren Agenten, die `ask`/`tell` verwenden, aufbauen. Daher ist CCP auch geeignet für die Implementierung von Multiagentensystemen. Eine solche Struktur wollen wir kurz skizzieren:

Beispiel 7.16 (Client/Server-Programmierung)**.** Der Client/Erzeuger hat folgende Programmstruktur:

```
client(S,...) := ... | compute(E), S=[E|S1], client(S1,...)
```

Der Server/Verbraucher hat diese Programmstruktur:

```
server(S,...) := S=[E|S1] | process(E), ..., server(S1,...)
```

Dann können wir einen Server mit zwei Clients wie folgt bauen:

```
client(S1,...), client(S2,...), merge(S1,S2,S), server(S,...)
```

7.6 Nebenläufige funktionale Programmierung

Es gibt viele verschiedene Ansätze zur Erweiterung von funktionalen Programmiersprachen um Nebenläufigkeit. Hierbei betrachten wir zunächst einen Ansatz, der ohne eine für den Benutzer sichtbare Spracherweiterung auskommt: Concurrent Haskell.

7.6.1 Concurrent Haskell

Concurrent Haskell (Peyton Jones et al., 1996) erweitert die Sprache Haskell um Möglichkeiten zur nebenläufigen Programmierung. Hierzu wird keine syntaktische Erweiterung vorgenommen, sondern die Konstrukte zur nebenläufigen Programmierung werden durch Bibliotheken bereit gestellt.
Prinzipiell sind die Operationen zur nebenläufigen Programmierung in Concurrent Haskell als I/O-Operationen definiert. Dies hat den Effekt, dass die referentielle Transparanz der Kernsprache erhalten bleibt. Zur Erzeugung von Prozessen bietet Concurrent Haskell die primitive Operation

```
forkIO :: IO () → IO ThreadId
```

an. Der Rückgabewert von `forkIO` ist ein Wert des abstrakten Datentyps

```
data ThreadId
```

der einen Prozess identifiziert. Durch die Abarbeitung von (`forkIO` a) wird die Aktion a nebenläufig zur weiteren Abarbeitung der nachfolgenden Aktionen ausgeführt. Wenn z. B. die Operationen `printLoop` ihr Argument beliebig oft ausgibt, dann werden durch

```
do _ <- forkIO (printLoop 'a')
   printLoop 'z'
```

die Zeichen `a` und `z` je nach Scheduling abwechselnd ausgegeben.
Zur Synchronisation und Kommunikation solcher nebenläufiger Berechnungen bietet Concurrent Haskell veränderbare Variablen an, die entweder leer sind oder einen Wert eines

bestimmten Typs `a` enthalten können:

```
type MVar a
```

Zur Erzeugung und Manipulation werden folgende Operationen bereit gestellt:

```
newMVar      :: a → IO (MVar a)
newEmptyMVar ::      IO (MVar a)
```

Mit diesen Operationen kann man eine volle bzw. leere neue `MVar` erzeugen.

```
takeMVar :: MVar a → IO a
```

Diese Operation liest den Wert einer `MVar` und leert diese. Falls die `MVar` noch keinen Wert hat, blockiert diese Operation den ausführenden Prozess.

```
putMVar :: MVar a → a → IO ()
```

Diese Operation schreibt einen Wert in eine leere `MVar`. Enthält die `MVar` bereits einen Wert, so wird der schreibende Prozess solange suspendiert, bis ein anderer Prozess die `MVar` wieder geleert hat.

Mit Hilfe dieser primitiven Operationen ist es leicht möglich, komplexere Kommunikationsstrukturen aufzubauen. Zum Beispiel kann man eine Synchronisationsstruktur realisieren, bei der die Übergabe eines Wertes synchron passiert, im Gegensatz zur asynchronen Übergabe bei einer `MVar`.

Beispiel 7.17 (Datenstruktur zur synchronen Wertübergabe)**.**

```
data SyncVar a = SyncVar (MVar a)  -- value to be transferred
                         (MVar ()) -- signal for reader presence

newSyncVar :: IO (SyncVar a)
newSyncVar = do  v <- newEmptyMVar
                 s <- newEmptyMVar
                 return (SyncVar v s)

putSyncVar :: SyncVar a → a → IO ()
putSyncVar (SyncVar v s) val = do putMVar  v val
                                  takeMVar s

takeSyncVar :: SyncVar a → IO a
takeSyncVar (SyncVar v s) = do putMVar  s ()
                               takeMVar v
```

In ähnlicher Weise kann man weitere Kommunikationsabstraktionen, wie z. B. Kanäle (Channels) zum Puffern mehrerer Elemente, durch geeignete Verwendung von `MVar`s de-

finieren.

7.6.2 Erlang

Als Beispiel für eine Sprache, bei der Konzepte zur nebenläufigen Programmierung in die Sprache selbst integriert wurden, betrachten wir die Sprache **Erlang** (Armstrong et al., 1996):

- Entwickelt von der Firma Ericsson zur Programmierung von Telekommunikationssystemen
- Anwendungsbereich: komplexe, verteilte Systeme
- Entstanden als Mischung logischer und strikter funktionaler Sprachen, die um ein Prozesskonzept erweitert wurde

Erlang-Programme:

- Menge von Modulen, jedes Modul ist eine Menge von Funktionsdefinitionen
- Datentypen: Zahlen, Atome, Pids (process identifiers), Tupel, Listen
- Pattern matching bei Funktionsdefinitionen und(!) bei der Kommunikation

Beispiel 7.18 (Listenkonkatenation in Erlang).

```
append([],    Ys) -> Ys;
append([X|Xs],Ys) -> [X|append(Xs,Ys)].
```

Die Syntax ist Prolog-ähnlich: Variablen beginnen mit Großbuchstaben, alles andere mit Kleinbuchstaben. Eine Erweiterung gegenüber Prolog sind Tupel wie `{a,1,b}`, ein Tupel mit den Komponenten `a`, `1` und `b`).
Für die Programmierung mit mehreren Prozessen bietet Erlang drei Konstrukte an.

- Prozess erzeugen

  ```
  spawn(<module>,<function>,<arglist>)
  ```

  Dies erzeugt einen neuen Prozess, der die Berechnung "`<function>(<arglist>)`" durchführt. Das Ergebnis dieses `spawn`-Aufrufs ist ein Pid (process identifier).

  Wichtig: Jeder Prozess hat eine Nachrichtenwarteschlange (mailbox), die er lesen kann und in die andere schreiben können, indem sie diesem Prozess Nachrichten schicken.

- Nachricht senden

  ```
  <Pid>!<msg>
  ```

Dieses Konstrukt sendet eine Nachricht (einen Wert) <msg> an den Prozess <Pid>.

- Nachricht empfangen

```
receive
  <msg1> -> <action1>;
  ...
  <msgn> -> <actionn>
end
```

Hierbei ist <msg$_i$> das Muster einer Nachricht, die in der mailbox gesucht wird, und <action$_i$> eine Sequenz von Funktionsaufrufen.

Bedeutung: Suche in der Nachrichtenwarteschlange (mailbox) die erste Nachricht, die zu einem <msg$_i$> passt (und zu keinem <msg$_j$> mit $j < i$) und führe <action$_i$> aus.

Beispiel 7.19 (Ein einfacher echo-Prozess).

```
- module(echo)                % Modulname
- export([start/0, loop/0]).  % exportierte Funktionen

start() -> spawn(echo, loop, []).  % starte echo-Prozess

loop() -> receive
            {From,Msg} -> % empfange Paar von Pid und Inhalt
               From!Msg,  % sende Inhalt zurück
               loop()
          end.
```

Beispiellauf:

```
...
Id = echo:start(),
Id!{self(),hallo},  % self: pid des eigenen Prozesses
...
```

Beispiel 7.20 (Ping-Pong in Erlang). Hier verwenden wir Ping/Pong-Nachrichten statt Tupel wie in Linda:

```
- module(pingTest).          % Modulname
- export([main/1, pong/0]).  % exportierte Funktionen

% n-mal Ping:
ping(Pid,0) -> okay;
ping(Pid,N) -> Pid!{self(),ping},
```

```
               receive
                 pong -> ping(Pid,N-1)
               end.

pong() -> receive
            {Pid,ping} -> Pid!pong,
                          pong()
          end.

main(N) -> Pid = spawn(pingTest, pong, []),  % starte pong-Prozess
           ping(Pid,N).
```

Wichtige Aspekte von Erlang:

- einfache Verarbeitung von Nachrichten durch Pattern matching
- kompakte Definition von Funktionen
- massive Codereduktion (auf 10% – 20% der ursprünglichen Größe)
- Ein **Codeaustausch** ist im laufenden(!) Betrieb möglich: Ersetze dazu im obigen `echo`-Programm den rekursiven Aufruf "`loop()`" durch "`echo:loop()`". Dies hat den folgenden Effekt:
  - Benutze im rekursiven Aufruf die aktuelle Version der Funktion `loop()` im Modul `echo`.
  - Falls das Modul `echo` verändert und neu compiliert wird, so wird beim nächsten Aufruf die neue veränderte Version benutzt.
- Der Übergang zu verteilter Programmierung ist einfach: Starte Prozesse auf anderen „Knoten" (Rechnern), wobei am Code der Kommunikation nichts geändert werden muss.

8 Ausblick

Wir haben in dieser Vorlesung viele verschieden Sprachkonzepte und -konstrukte kennengelernt. Allerdings ist die Entwicklung der Programmiersprachen so umfangreich, dass natürlich nicht alle Aspekte behandelt werden konnten. Aus diesem Grund wollen wir am Ende noch einmal kurz beleuchten, was *nicht behandelt* werden konnte:

Skriptsprachen: (Perl, Tcl, Awk, Bourne-Shell, PHP, JavaScript, Ruby, ...)

- Sprachen zur einfachen und schnellen Kombination existierender Software-Komponenten
- Meistens: ungetypt, interpretiert
- Schlecht geeignet für große Softwareentwicklung
- Beinhalten viele Konzepte aus anderen Sprachen, z. B. bei JavaScript: Funktionen als Objekte, anonyme Funktionen

Visuelle Sprachen: 2D-Sprachen zur Programmierung

- ähnlich wie Skriptsprachen, einfacher Zusammenbau von Programmen aus existierenden Komponenten
- Graphische Notation
- Häufig nur für spezielle Anwendungen (z. B. Entwurf von Benutzerschnittstellen)

Anwendungsspezifische Sprachen:

- Struktur ähnlich wie bei existierenden Programmiersprachen, aber spezielle Konstrukte für bestimmte Anwendungen
- Häufig auch erreichbar durch anwendungsspezifische Module/Bibliotheken in existierenden Programmiersprachen

Literaturverzeichnis

Armstrong, J., Williams, M., Wikstrom, C., and Virding, R. (1996). *Concurrent Programming in Erlang*. Prentice Hall.

Carriero, N. and Gelernter, D. (1989). Linda in context. *Communications of the ACM*, 32(4):444–458.

Damas, L. and Milner, R. (1982). Principal type-schemes for functional programs. In *Proc. 9th Annual Symposium on Principles of Programming Languages*, pages 207–212.

Dijkstra, E. (1968). Go to statement considered harmful. *Communications of the ACM*, 11(3):147–148.

Huet, G. and Levy, J.-J. (1979). Call by need computations in non-ambiguous linear term rewriting systems. Rapport de recherche no. 359, INRIA.

Jaffar, J. and Lassez, J.-L. (1987). Constraint logic programming. In *Proc. of the 14th ACM Symposium on Principles of Programming Lan guages*, pages 111–119, Munich.

Launchbury, J. (1993). A natural semantics for lazy evaluation. In *Proc. 20th ACM Symposium on Principles of Programming Languages (POPL'93)*, pages 144–154. ACM Press.

Lloyd, J. (1987). *Foundations of Logic Programming*. Springer, second, extended edition.

Martelli, A. and Montanari, U. (1982). An efficient unification algorithm. *ACM Transactions on Programming Languages and Systems*, 4(2):258–282.

Milner, R. (1978). A theory of type polymorphism in programming. *Journal of Computer and System Sciences*, 17:348–375.

Odersky, M. and Wadler, P. (1997). Pizza into java: Translating theory into practice. In *Proc. of the 24th ACM Symposium on Principles of Programming Languages (Paris)*, pages 146–159.

Peyton Jones, S., Gordon, A., and Finne, S. (1996). Concurrent Haskell. In *Proc. 23rd ACM Symposium on Principles of Programming Languages (POPL'96)*, pages 295–308. ACM Press.

Plotkin, G. (1981). A structural approach to operational semantics. Technical report daimi fn-19, Aarhus University.

Robinson, J. (1965). A machine-oriented logic based on the resolution principle. *Journal of the ACM*, 12(1):23–41.

Saraswat, V. (1993). *Concurrent Constraint Programming*. MIT Press.

Van Hentenryck, P. (1989). *Constraint Satisfaction in Logic Programming*. MIT Press.

Index

λ-Abstraktionen, 94
(algebraischer) Datentypen, 80
Überladen, 67
Überschreiben, 67
Concurrent Haskell, 149
Erlang, 151
Prolog, 110

abstrakten Klasse, 71
Ad-hoc-Polymorphismus, 98
allgemeinster Unifikator (most general unifier, mgu), 114
Anfrage, 112
anonyme Funktionen, 94
ask, 147
Attributvereinbarung, 58
Ausdruck, 83
Auswertungsstrategie, 86
Axiomenschema, 11

Backtracking-Verfahren, 117
Berechnungsmodell, 1
binaren Semaphor, 132
Bindung, 19
black hole, 92

CCP, 147
Concurrent Constraint Programming, 147
Constraint Logic Programming, CLP, 121
Constraint-Löser, 125
Constraint-Struktur, 124

DATALOG, 126
Deduktionssystem, 11
Deduktive Datenbanken, 126

Eindeutigkeit der Werte, 87
Endliche Bereiche:, 123
erfolgreiche Berechnung, 85
Ersetzung, 84
Ersetzungsschritt, 85

Faktorisierung, 71
faule Auswertung, 87
field, 58
flache Form, 90
Funktion hoherer Ordnung, 93
funktionales Programm, 78
Funktionsdefinition, 78
Funktoren, 111

Gegenseitiger Ausschlus, 129
generics, 73
generische Instanz, 101
Generizitat, 73
Gleichung, 78
Graphdarstellung, 88
Grundterm, 15
Grundtyp, 18

Inferenzschema, 11
Inferenzsystem, 11
Instanz eines parametrisierten ADTs, 18
Interface, 72

Kalkül, 11
Klasse, 58
klassen- bzw. objektbasierten Sprache, 58
Klausel, 111
Kombinator-Stil, 96
Konfluenz, 87
konform, 68

Kontravarianz, 68
Kopfnormalform, 88
Kovarianz, 68
kritischer Bereich, 130

Layout-Regel, 89
Linda, 144
Literal, 110
locks, 130
Logikprogrammierung mit Constraints, 121

Mehrfachvererbung, 70
members, 58
Merkmale, 58
Mitglieder, 58
Modul, 55
modulare Programmierung, 57
Modulsystem, 56
Monitor, 133
multi-processing, 128
multi-threaded language/system, 128
musterorientierte Definitionen, 79

Negation als Fehlschlag, 119
negation as failure, 119
normale Programme, 119

Oberklasse, 66
objektorientierte (**OO-**) Sprache, 58

Parametrischer Polymorphismus, 98
parametrisierten ADT, 18
partielle Applikation, 94
Polymorphie, 69
Polymorphismus, 98
Position, 84
Pradikat, 110
Prinzip bei der Typinferenz, 103
Programm, 1, 110
Programmierparadigma, 2
Programmiersprache, 1
Programmierung, 1
Prozess, 128

Redex, 85
referentielle Transparenz, 76
Regel, 78
Rendezvous-Konzept, 134
Resolutionsprinzip fur CLP(X), 125
Resolvente, 116

Schnittstelle einer Klasse, 70
Semantik eines Typs, 97
Semaphor, 132
Sichtbarkeitsregeln, 21
SLD-Ableitung, 116
SLDNF-Resolution, 120
Sprache der parametrisierten Typen, 99
Statisch getypte Programmiersprache, 97
Substitution, 84
Suspension, 141
Syntaxdiagramm, 8

Teilausdruck, 84
tell, 147
Thread, 128
Tupelraum, 144
Typannahme, 101
Typausdrucke, 99
type cast, 69
Typinferenz, 99, 103
typkorrekt, 97
Typkorrektheit, 97
Typschemata, 101
Typsubstitution, 100
Typsystem, 99

Unifikation, 114
unifizierbar, 114
Unterklasse, 66
Untertyp, 67

Variante, 116
Vereinfachtes Resolutionsprinzip, 113
Vererbung, 66

wohlgetypt, 97

zusammengesetzter Typ, 18