CAU Kiel, 17.5.2006

Von Mozart zur Informatik

Wie programmiert man Musik?

Wie komponiert man Programme?

Michael Hanus

Christian-Albrechts-Universität zu Kiel

Musik und Informatik

Vielfältige Berührungspunkte:

- Computer-generierte Musik
- Informatikmethoden zur Speicherung von Musik (MP3)
- Suche nach Musik (Music Information Retrieval)

Konzeptuelle Gemeinsamkeiten:

- Dynamische Abläufe: Aufführung $\leftrightarrow$ Berechnung
- Techniken zur Beherrschung dieser Abläufe

Musikalische Prinzipien aus der Schule bekannt:
(Informatik leider immer noch nicht!)

Erläuterung von Prinzipien der Informatik anhand von Musik

guter Informatiker $=$ guter Komponist?

Formale Prinzipien der Musik

Analyse der mathematischen Verhältnisse alte Idee:

Pythagoras (ca. 500 v. Chr.): Monochord

- ➜ Zahlenverhältnisse der Musikintervalle
- ➜ Unterteilung einer Saite 1:2 : Abstand einer Oktave
- ➜ erste Tonleiter der Weltgeschichte

Marin Mersenne (17. Jahrhundert):

- ➜ physikalische Erklärung der Zahlenverhältnisse
- ➜ eine Oktave $\approx$ doppelte Tonfrequenz

Beschreibung von Musik durch Frequenzanalyse?

- ➜ gut zur physikalischen Speicherung
- ➜ ungeeignet zum Aufschreiben durch Komponisten

Abstraktion, Modellierung, Notation

Wichtige Prinzipien zur Beherrschung komplexer Systeme:

Abstraktion: ignoriere Unwichtiges (z.B. Obertöne), Beschränkung auf wesentliche Prinzipien

Modellierung: bilde ein geeignetes Modell der abstrahierten Prinzipien (z.B. zwölf Töne einer Oktave)

Notation: finde geeignete kompakte Notation (für Experten verständlich)

Musik ohne diese Prinzipien: Musik von Mozart heute noch erfahrbar?

Diese Begriffe sind auch zentral für Informatik-Systeme!

Notation

Notationen sind Ausdruck von Ideen:

Musik: Notensystem

Informatik: Programme, *ER-Diagramme*, *UML*

Bedeutung von Notationen:

nichtssagend für Laien

Bedeutung muss erlernt werden

Notation müssen adäquat sein:

Ideen möglichst einfach und präzise ausdrücken, z.B.

- ➜ Spielweise von Instrumenten
- ➜ Lösung/Berechnung von Problemen

Gute Notationen in der Musik, aber Informatik?

Prinzipien der Beschreibung von Musik

Abstraktion: Ton eines Musikinstrumentes:

- ➜ Reduktion auf Grundton, Instrumentenart und -spielweise
- ➜ ignoriere Obertöne, Klangverlauf,...

Modellierung: unterteile Frequenzspektrum in Töne:

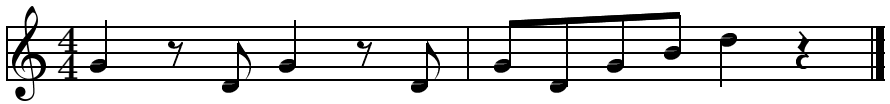
- ➜ Oktaven, bestehend aus zwölf Tönen
- ➜ Tonarten
- ➜ Notenwerte, Tempo

Notation: Notensystem

- ➜ Liniensystem
- ➜ Notenschl¨ussel
- ➜ Vorzeichen

kompakte und für Experten verständliche Notation

Lasst Mozart beginnen...



Programmierung von Musik:

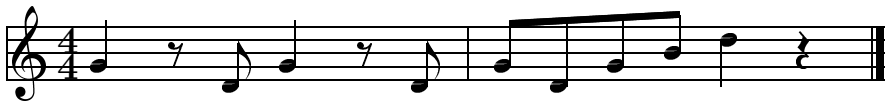
Übersetzung in eine für den Computer verständliche Notation

- ➜ kein „Scannen“ der Notenschrift
- ➜ äquivalente *textuelle Darstellung*

1. Ansatz: Darstellung von Noten durch entsprechende Zeichen:
(⇝ Buchstabentonschrift mit Oktavbereichen)

```
g'  d'  g'  d'  g'  d'  g'  h'  d''
```

Lasst Mozart beginnen... (2. Versuch)



Modellierung unzureichend:

Darstellung durch Tonhöhen reicht nicht aus, es fehlen

- ➜ Pausen
- ➜ Notenwerte

```
g' (1/4)  Pause (1/8)  d' (1/8)  g' (1/4)  Pause (1/8)  d' (1/8)
g' (1/8)  d' (1/8)     g' (1/8)  h' (1/8)  d'' (1/4)    Pause (1/4)
```

Programmierung von Musik: Noten und Pausen

Bisherige Darstellung:

```
g' (1/4)  Pause (1/8)  d' (1/8)  g' (1/4)  Pause (1/8)  d' (1/8)
g' (1/8)  d' (1/8)     g' (1/8)  h' (1/8)  d'' (1/4)    Pause (1/4)
```

Mehrfaches Vorkommen identischer Elemente:

- ➜ Notenwerte: (1/4) (1/8) ...
- ➜ Pausen: Pause (1/8) ...

Informatiker sind bequem (sind ja auch nur Menschen...):

Definiere Abkürzungen für immer wiederkommende Elemente!

Abkürzungen

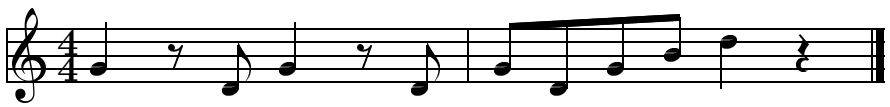
Abkürzung:

- ➜ gebe komplexen Objekt einen Namen (z.B. Kfz = Kraftfahrzeug)
- ➜ schreibe diesen Namen anstelle des komplexen Objekts
- ➜ Vorteil: Verbesserung der Lesbarkeit (falls Abkürzung einprägsam)
  (z.B. *Bafög* statt *Bundesausbildungsförderungsgesetz*)

Abkürzungen für Notenwerte und Pausenwerte

```
gN = (1/1)  -- ganze Note          gP = Pause gN  -- ganze Pause
hN = (1/2)  -- halbe Note          hP = Pause hN  -- halbe Pause
vN = (1/4)  -- viertel Note        vP = Pause vN  -- viertel Pause
aN = (1/8)  -- achtel Note         aP = Pause aN  -- achtel Pause
sN = (1/16) -- sechzehntel Note    aP = Pause sN  -- sechzehntel Pause
...
```

Programmierung von Musik mit Abkürzungen



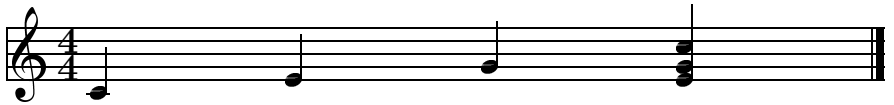
Bisherige Darstellung:

```
g' (1/4)  Pause (1/8)  d' (1/8)  g' (1/4)  Pause (1/8)  d' (1/8)
g' (1/8)  d' (1/8)     g' (1/8)  h' (1/8)  d'' (1/4)    Pause (1/4)
```

mit obigen Abkürzungen:

```
g' vN  aP  d' aN  g' vN  aP  d' aN
g' aN  d' aN  g' aN  h' aN  d'' vN  vP
```

Zusammensetzen von Noten



Bisherige Darstellung:

```
c' vN   e' vN   g' vN   e' vN   g' vN   c'' vN
```

unzureichend, da kein Unterschied zwischen

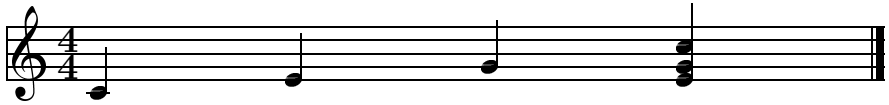
- ➜ Noten nacheinander spielen (`c' vN  e' vN  g' vN`)
- ➜ Noten gleichzeitig spielen (`e' vN  g' vN  c'' vN`)

Modelliere die Art der Zusammensetzung durch Kompositionsoperatoren:

`m1 :+: m2` : spiele Musik m1 und m2 nacheinander

`m1 :=: m2` : spiele Musik m1 und m2 gleichzeitig

Kompositionsoperatoren für Musik



Darstellung mit Kompositionsoperatoren:

```
c' vN :+: e' vN :+: g' vN :+:   (e' vN :=: g' vN :=: c'' vN)
```

Kompositionsoperatoren:

- Ausdrucksmittel, um größere Strukturen zu bilden
- Beispiel Mathematik: $1 * (3 + (4 * 5))$
  "+": bilde die Summe zweier Ausdrücke
  "$*$": bilde das Produkt zweier Ausdrücke
- Beispiel Musik:
  hintereinander notieren: nacheinander spielen
  übereinander notieren: gleichzeitig spielen (Noten, Begleitung,...)

Musik formal gefasst

Musik ist zusammengesetzt aus

① Noten einer bestimmten Tonhöhe und Dauer
② Pausen einer bestimmten Dauer
③ nacheinander gespielte Musik (*sequenzielle Komposition*)
④ gleichzeitig gespielte Musik (*parallele Komposition*)

Musikdaten: (lese "|" als Alternative)

```
data Musik = Note GanzeZahl Bruch
           | Pause Bruch
           | Musik :+: Musik
           | Musik :=: Musik
```

Anmerkung: Tonhöhe nicht als Frequenz, sondern als Halbtonwerte:

```
c'  hN  =  Note  0 (1/2)
e'  vN  =  Note  4 (1/4)
c'' aN  =  Note 12 (1/8)
```

Namen für Halbtonwerte

Nützlich: Namen (`ce`, `cis`, `de`, `dis`,...) statt Zahlen für Halbtonwerte
$\rightsquigarrow$ Programme lesbarer für den Menschen

„Programme müssen geschrieben werden, damit Menschen sie lesen, und nur nebenbei, damit Maschinen sie ausführen."

(Abelson/Sussman: Struktur und Interpretation von Computerprogrammen, 2001)

```
ce = 0    cis = 1    des = 1
de = 2    dis = 3    es  = 3
...
```

Hiermit:

```
c'  hN  =  Note ce (1/2)
d'  vN  =  Note de (1/4)
c'' aN  =  Note (ce+12) (1/8)
```

...und wo bleibt die Informatik?

Bisher:

- Übersetzung: 2-dimensionales Notensystem $\rightarrow$ Zeichenfolge
- Zeichenfolge durch Computer verarbeitbar (z.B. Klangsynthese)

Informatik:

- Auffinden regulärer Strukturen in Anwendungen
- Modellierung und Implementierung dieser Strukturen
- dadurch: Bereitstellung von Lösungen für *Klassen* von Problemen
- Parametrisierung der Strukturen
- konkrete Instanz durch Festlegung der Parameter

Nächster Schritt: finde reguläre Strukturen in Musikkompositionen

Akkorde

Akkord: Zusammenklang von mehr als zwei Tönen

Beispiel: C-Durdreiklang: `c' vN :=: e' vN :=: g' vN`
in Musikdaten: `Note 0 (1/4) :=: Note 4 (1/4) :=: Note 7 (1/4)`

Allgemeiner Aufbau von Durdreiklängen:
Grundton `:=:` Grundton+4 `:=:` Grundton+7

Formal in Musikdaten (`t`: Grundtonhöhe, `d`: Dauer):

```
durDreiklang t d  =  Note t d :=: Note (t+4) d :=: Note (t+7) d
```

⇝ Abkürzung mit Parametern, **Funktionen**

Beispiele: C-Durdreiklang: `durDreiklang ce (1/4)`
F-Durdreiklang: `durDreiklang ef (1/4)`

Bedeutung von Abkürzungen

```
durDreiklang t d  =  Note t d :=: Note (t+4) d :=: Note (t+7) d
```

Bedeutung der Abkürzungen/Funktionen: Vorschriften zum Ausrechnen

① Parameter bekannt (Werte für `t` und `d`) ⇝ setze diese ein
② ersetze Abkürzung durch Definition (rechte Seite)
③ rechne rechte Seite weiter aus

Analog zur Anwendung von Formeln (Mathematik, Physik,...)

Flächeninhalt eines Quadrats: `qflaeche r = r*r`

Konkretes Quadrat: `r=5`:

```
qflaeche 5  =  5*5    (Einsetzen der Definition)
            =  25     (Ausrechnen der rechten Seite)
```

Ausrechnen von Musikformeln

```
durDreiklang t d  =  Note t d :=: Note (t+4) d :=: Note (t+7) d
```

Bedeutung der Abkürzungen/Funktionen: Vorschriften zum Ausrechnen

① Parameter bekannt (Werte für `t` und `d`) ⇝ setze diese ein
② ersetze Abkürzung durch Definition (rechte Seite)
③ rechne rechte Seite weiter aus

D-Durdreiklang: `durDreiklang de (1/4)`

Ausrechnen: `t` = `de`, `d` = `(1/4)`:

```
durDreiklang de (1/4)
=  Note de (1/4) :=: Note (de+4) (1/4) :=: Note (de+7) (1/4)
=  Note 2 (1/4) :=: Note (2+4) (1/4) :=: Note (2+7) (1/4)      (de = 2)
=  Note 2 (1/4) :=: Note 6 (1/4) :=: Note 9 (1/4)
```

Weitere musikalische Abkürzungen

Molldreiklänge: kleine Terz + große Terz

```
mollDreiklang t d  =  Note t d :=: Note (t+3) d :=: Note (t+7) d
```

```
mollDreiklang ce (1/2)
= Note 0 (1/2) :=: Note 3 (1/2) :=: Note 7 (1/2)
```

Quintenintervall (leere Quinte) zum Grundton `t`:

```
quinte t d  =  Note t d :=: Note (t+7) d
```

Verlängerung einer Dauer `d` um die Hälfte ihres Wertes:

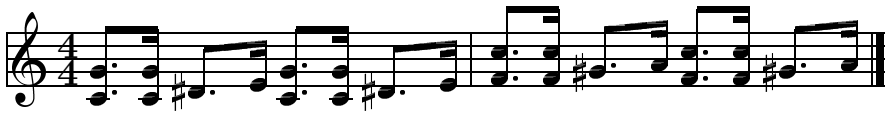
```
punktiert d  =  (3/2) * d
```

```
punktiert vN = (3/8)
```

Einfache Wiederholung von Musik `m`:

```
wdh m  =  m :+: m
```

Beispiel: Blues



Programmierung:

- ➜ Noten nicht direkt abschreiben
- ➜ ähnliche Strukturen fi nden und mit Funktionen umsetzen

Hier: Halbtakte identisch, Takte identisch bis auf Grundton

```
phrase t = quinte t (punktiert aN) :+: quinte t sN  :+:
           Note (t+3) (punktiert aN) :+: Note (t+4) sN
```

Hiermit Blues programmieren:

```
blues t = wdh (phrase t) :+: wdh (phrase (t+5)) :+: wdh (phrase t)
          :+: phrase (t+7) :+: phrase (t+5)

meinBlues = wdh (blues be) :+: quinte be hN
```


Vorteile des Programmierung

```
phrase t = quinte t (punktiert aN) :+: quinte t sN  :+:
           Note (t+3) (punktiert aN) :+: Note (t+4) sN

blues t = wdh (phrase t) :+: wdh (phrase (t+5)) :+: wdh (phrase t)
          :+: phrase (t+7) :+: phrase (t+5)

meinBlues = wdh (blues be) :+: quinte be hN
```

Bluesprogramm:

- ➜ kompakte Notation
- ➜ Ähnlichkeiten explizit $\rightsquigarrow$ verbessertes Strukturverständnis
- ➜ ohne Programmierung: aufwändiges Aufschreiben

Vorteile des Programmierung

```
meinBlues =
(((((Note 10 (3/16) :=: Note 17 (3/16)) :+: (Note 10 (1/16) :=: Note 17
(1/16)) :+: Note 13 (3/16) :+: Note 14 (1/16)) :+: (Note 10 (3/16) :=: Note 17
(3/16)) :+: (Note 10 (1/16) :=: Note 17 (1/16)) :+: Note 13 (3/16) :+: Note 14
(1/16)) :+: (((Note 15 (3/16) :=: Note 22 (3/16)) :+: (Note 15 (1/16) :=: Note
22 (1/16)) :+: Note 18 (3/16) :+: Note 19 (1/16)) :+: (Note 15 (3/16) :=: Note
22 (3/16)) :+: (Note 15 (1/16) :=: Note 22 (1/16)) :+: Note 18 (3/16) :+: Note
19 (1/16)) :+: (((Note 10 (3/16) :=: Note 17 (3/16)) :+: (Note 10 (1/16) :=:
Note 17 (1/16)) :+: Note 13 (3/16) :+: Note 14 (1/16)) :+: (Note 10 (3/16) :=:
Note 17 (3/16)) :+: (Note 10 (1/16) :=: Note 17 (1/16)) :+: Note 13 (3/16) :+:
Note 14 (1/16)) :+: ((Note 17 (3/16) :=: Note 24 (3/16)) :+: (Note 17 (1/16)
:=: Note 24 (1/16)) :+: Note 20 (3/16) :+: Note 21 (1/16)) :+: (Note 15 (3/16)
:=: Note 22 (3/16)) :+: (Note 15 (1/16) :=: Note 22 (1/16)) :+: Note 18 (3/16)
:+: Note 19 (1/16)) :+: (((Note 10 (3/16) :=: Note 17 (3/16)) :+: (Note 10
(1/16) :=: Note 17 (1/16)) :+: Note 13 (3/16) :+: Note 14 (1/16)) :+: (Note 10
(3/16) :=: Note 17 (3/16)) :+: (Note 10 (1/16) :=: Note 17 (1/16)) :+: Note 13
(3/16) :+: Note 14 (1/16)) :+: (((Note 15 (3/16) :=: Note 22 (3/16)) :+: (Note
15 (1/16) :=: Note 22 (1/16)) :+: Note 18 (3/16) :+: Note 19 (1/16)) :+: (Note
15 (3/16) :=: Note 22 (3/16)) :+: (Note 15 (1/16) :=: Note 22 (1/16)) :+: Note
18 (3/16) :+: Note 19 (1/16)) :+: (((Note 10 (3/16) :=: Note 17 (3/16)) :+:
(Note 10 (1/16) :=: Note 17 (1/16)) :+: Note 13 (3/16) :+: Note 14 (1/16)) :+:
(Note 10 (3/16) :=: Note 17 (3/16)) :+: (Note 10 (1/16) :=: Note 17 (1/16))
:+: Note 13 (3/16) :+: Note 14 (1/16)) :+: ((Note 17 (3/16) :=: Note 24
(3/16)) :+: (Note 17 (1/16) :=: Note 24 (1/16)) :+: Note 20 (3/16) :+: Note 21
(1/16)) :+: (Note 15 (3/16) :=: Note 22 (3/16)) :+: (Note 15 (1/16) :=: Note
22 (1/16)) :+: Note 18 (3/16) :+: Note 19 (1/16)) :+: Note 10 (1/2) :=: Note
17 (1/2)
```


Mehr Musik!

Einfache Wiederholung von Musik:

```
wdh m  =  m :+: m
```

Musik `m` dreimal spielen:

```
wdh3 m  =  m :+: wdh m
```

Musik `m` viermal spielen:

```
wdh4 m  =  m :+: wdh3 m
...
```

Musik `m` `n`-mal spielen:

```
mehrfach n m  =  if n>1 then m :+: mehrfach (n-1) m
                         else m
```

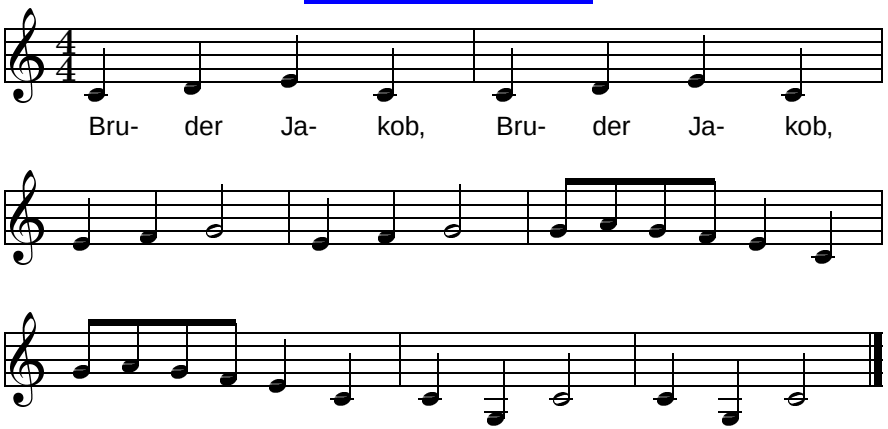
Fallunterscheidung!

(alles programmierbar mit Funktionen+Fallunterscheidung)

Kaufhausmusik:

```
endlos m  =  m :+: endlos m
```

MEHRSTIMMIGKEIT




```
phrase1 = c' vN :+: d' vN :+: e' vN :+: c' vN
phrase2 = e' vN :+: f' vN :+: g' hN
phrase3 = g' aN :+: a' aN :+: g' aN :+: f' aN :+: e' vN :+: c' vN
phrase4 = c' vN :+: g  vN :+: c' hN
```

MEHRSTIMMIGKEIT

Vollständige Strophe: Wiederholung der einzelnen Phrasen

```
strophe = wdh phrase1 :+: wdh phrase2 :+: wdh phrase3 :+: wdh phrase4
```

Viele Strophen:

```
strophen = endlos strophe wdh strophe
```

Kanon: gleiche Strophen, zeitlich versetzt:

```
einsatz d m  =  (Pause d) :+: m
```

4-stimmiger Kanon:

```
bruderJakob = strophen                :=:
              einsatz (2/1) strophen  :=:
              einsatz (4/1) strophen  :=:
              einsatz (6/1) strophen
```

RECHNEN MIT MUSIK

Musikkomposition ist exakte Struktur:

```
data Musik = Note GanzeZahl Bruch
           | Pause Bruch
           | Musik :+: Musik
           | Musik :=: Musik
```

- ➜ Rechnen wie mit anderen mathematischen Objekten möglich
- ➜ Defi nition der Berechnungen ¨uber den Aufbau der Struktur (analog zu Bruchrechnung, Rechnen mit komplexen Zahlen,. . .)

Beispiel: Bruchrechnung

$$\begin{aligned} \frac{a}{b} + \frac{c}{d} &= \frac{a*d+b*c}{b*d} \\ \frac{a}{b} * \frac{c}{d} &= \frac{a*c}{b*d} \end{aligned}$$

Ausrechnen: wie bisher (Definition anwenden und weiter ausrechnen)

$$\frac{2}{3} + \frac{3}{4} = \frac{2*4+3*3}{3*4} = \frac{17}{12}$$

RECHNEN MIT MUSIK: TRANSPOSITION

Transponiere Musik: `transponiere i m`

erhöhe alle Noten in Musik `m` um Anzahl `i` von Halbtönen

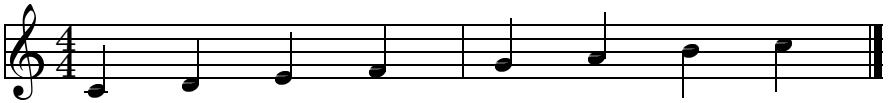
```
transponiere i (Note t d)  = (Note (t+i) d)
transponiere i (Pause d)   = (Pause d)
transponiere i (m1 :+: m2) = (transponiere i m1) :+: (transponiere i m2)
transponiere i (m1 :=: m2) = (transponiere i m1) :=: (transponiere i m2)
```

Beispiel: Kanon mit transponierten Stimmen

```
bruderJakobT = strophen                                  :=:
               einsatz (2/1) (transponiere 12 strophen)  :=:
               einsatz (4/1) strophen                    :=:
               einsatz (6/1) (transponiere 12 strophen)
```

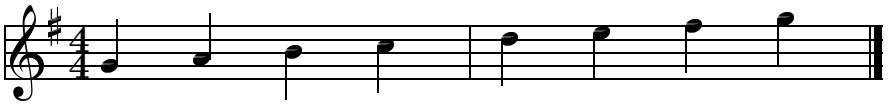
Rechnen mit Musik: Transposition

Beispiel: C-Dur-Tonleiter



```
cDurNoten  =  c' vN :+: d' vN :+: e' vN :+: f' vN :+:
              g' vN :+: a' vN :+: h' vN :+: c'' vN
```

G-Dur-Tonleiter durch Transposition um 5 Halbtöne:



```
gDurNoten  =  transponiere 5 cDurNoten
```


Rechnen mit Musik: Tempotransformation

Transformiere Tempo: `tempo t m`

spiele alle Noten und Pausen in Musik `m` `t`-mal so schnell

z.B. `m` doppelt so schnell: `tempo 2 m`

```
tempo t (Note n d)   =  Note n (d/t)
tempo t (Pause d)    =  Pause (d/t)
tempo t (m1 :+: m2)  =  (tempo t m1) :+: (tempo t m2)
tempo t (m1 :=: m2)  =  (tempo t m1) :=: (tempo t m2)
```

Definition verschiedener Tempi:

```
adagio  = 7/6
andante = 9/6
allegro = 2
presto  = 3
```

Beispiel:

```
cDurNoten :=: wdh (tempo allegro (transponiere 12 cDurNoten))
```


Rechnen mit Musik: Rückwärts spielen

`rueckwaerts m` : spiele Musik `m` rückwärts

```
rueckwaerts (Note n d)   =  Note n d
rueckwaerts (Pause d)    =  Pause d
rueckwaerts (m1 :+: m2)  =  (rueckwaerts m2) :+: (rueckwaerts m1)
rueckwaerts (m1 :=: m2)  =  (rueckwaerts m1) :=: (rueckwaerts m2)
 let d1 = dauer m1
     d2 = dauer m2  in
 if d1>d2 then rueckwaerts m1 :=: (Pause (d1-d2) :+: rueckwaerts m2)
          else (Pause (d2-d1) :+: rueckwaerts m1) :=: rueckwaerts m2
```

Hierzu definieren wir die Dauer von Musik:

```
dauer (Note t d)    = d
dauer (Pause d)     = d
dauer (m1 :+: m2)   = (dauer m1) + (dauer m2)
dauer (m1 :=: m2)   = max (dauer m1) (dauer m2)
```

Beispiel: `cDurNoten :+: rueckwaerts cDurNoten`

Rechnen mit Musik: Zeitbeschränkung

Beschränke Länge der Musik: `schnitt laenge m`

spiele Musik `m` bis zur Gesamtdauer `laenge`

```
schnitt laenge m | laenge <= 0  = Pause 0  -- Definition mit Bedingung
schnitt laenge (Note n d)  = Note n (min d laenge)
schnitt laenge (Pause  d)  = Pause  (min d laenge)
schnitt laenge (m1 :=: m2) = schnitt laenge m1 :=: schnitt laenge m2
schnitt laenge (m1 :+: m2) = let sm1 = schnitt laenge m1
                                 sm2 = schnitt (laenge - dauer sm1) m2
                             in sm1 :+: sm2
```

Kanon mit Endlosstrophen:

```
strophen = endlos strophe
```

Abspielen: `(schnitt 16 bruderJakob)`

Höheres Rechnen mit Musik

Musik `m` `n`-mal hintereinander spielen:

```
mehrfach n m  =  if n>1 then m :+: mehrfach (n-1) m
                        else m
```

Musik `m` `n`-mal spielen und jedesmal um `i` Halbtöne transponieren:

```
mfTrans i n m = if n>1 then m :+: mfTrans i (n-1) (transponiere i m)
                        else m
```

⇝ `mfTrans 1 12 (c' aN)`

⇝ `mfTrans 1 12 (c' aN :=: e' aN)`

⇝ `mfTrans 1 12 (durDreiklang ce aN)`

Höheres Rechnen mit Musik

Musik `m` `n`-mal spielen und Richtung jedesmal umdrehen:

```
mfRueck n m  =  if n>1 then m :+: mfRueck (n-1) (rueckwaerts m)
                       else m
```

⇝ `mfRueck 6 (c' aN :+: e' aN :+: g' aN :+: c'' aN)`

Musik `m` `n`-mal spielen und jedesmal Tempo um `t` ändern:

```
mfTempo t n m  =  if n>1 then m :+: mfTempo t (n-1) (tempo t m)
                         else m
```

⇝ `mfTempo 2 6 (c' gN :+: e' gN :+: g' gN :+: c'' gN)`

Höheres Rechnen mit Musik

Betrachte Unterschiede in der Definition obiger Funktionen:

```
mfTrans i n m = if n>1 then m :+: mfTrans i (n-1) (transponiere i m)
                        else m

mfRueck   n m = if n>1 then m :+: mfRueck   (n-1) (rueckwaerts m)
                        else m

mfTempo t n m = if n>1 then m :+: mfTempo t (n-1) (tempo t m)
                        else m
```

⇝ ein generelles Schema mit Musikfunktion `f` als Parameter

```
mehrfach f n m = if n>1 then m :+: mehrfach f (n-1) (f m)
                        else m
```

⇝ `mehrfach rueckwaerts 6 (c' aN :+: e' aN :+: g' aN :+: c'' aN)`

⇝ `mehrfach (tempo 2)   6 (c' aN :+: e' aN :+: g' aN :+: c'' aN)`

Noch höheres Rechnen mit Musik

Musik `m` `n`-stimmig spielen und jedesmal mit einer Funktion `f` verändern:

```
mehrstimmig f n m  =  if n>1 then m :=: (mehrstimmig f (n-1) (f m))
                             else m
```

⇝ `mehrstimmig (transponiere 12) 4 (c vN :+: e vN :+: g vN :+: c' vN)`

⇝ `mehrstimmig (einsatz gN)      4 (c vN :+: e vN :+: g vN :+: c' vN)`

Musik `m` `n`-stimmig spielen und jedesmal mit einer Funktion `f` verändern
und Ergebnismusik noch einmal mit einer weiteren Funktion `g` verändern:

```
mehrstimmig f g n m = if n>1 then m :=: g (mehrstimmig f g (n-1) (f m))
                             else m

halbtonlauf = mehrstimmig (transponiere 1) (einsatz sN) 24 (c' sN)
```

⇝ `wdh (halbtonlauf :=: rueckwaerts halbtonlauf)`

Noch höheres Rechnen mit Musik

```
mehrstimmig f g n m = if n>1 then m :=: g (mehrstimmig f g (n-1) (f m))
                                 else m
```

⇝ kompakte Notation für komplexe Strukturen:

„Kaskadenmusik“:

```
lauf      = mehrstimmig (transponiere 5) (einsatz sN) 8 (c' sN)

kaskade   = mehrstimmig (transponiere 4) (einsatz vN) 8 lauf

kaskaden  = mehrstimmig id (einsatz aN) 2 kaskade

kaskadenMusik = kaskaden :+: rueckwaerts kaskaden
```


Höheres Rechnen: eine kompakte Notation

```
kaskadenMusik =
(((Note 0 (1/16) :=: Pause (1/16) :+: Note 5 (1/16) :=: Pause (1/16) :+: Note 10 (1/16) :=: Pause (1/16) :+: Note 15 (1/16)
:=: Pause (1/16) :+: Note 20 (1/16) :=: Pause (1/16) :+: Note 25 (1/16) :=: Pause (1/16) :+: Note 30 (1/16) :=: Pause (1/16)
:+: Note 35 (1/16)) :=: Pause (1/4) :+: (Note 4 (1/16) :=: Pause (1/16) :+: Note 9 (1/16) :=: Pause (1/16) :+: Note 14
(1/16) :=: Pause (1/16) :+: Note 19 (1/16) :=: Pause (1/16) :+: Note 24 (1/16) :=: Pause (1/16) :+: Note 29 (1/16) :=: Pause
(1/16) :+: Note 34 (1/16) :=: Pause (1/16) :+: Note 39 (1/16)) :=: Pause (1/4) :+: (Note 8 (1/16) :=: Pause (1/16) :+: Note
13 (1/16) :=: Pause (1/16) :+: Note 18 (1/16) :=: Pause (1/16) :+: Note 23 (1/16) :=: Pause (1/16) :+: Note 28 (1/16) :=:
Pause (1/16) :+: Note 33 (1/16) :=: Pause (1/16) :+: Note 38 (1/16) :=: Pause (1/16) :+: Note 43 (1/16)) :=: Pause (1/4) :+:
(Note 12 (1/16) :=: Pause (1/16) :+: Note 17 (1/16) :=: Pause (1/16) :+: Note 22 (1/16) :=: Pause (1/16) :+: Note 27 (1/16)
:=: Pause (1/16) :+: Note 32 (1/16) :=: Pause (1/16) :+: Note 37 (1/16) :=: Pause (1/16) :+: Note 42 (1/16) :=: Pause (1/16)
:+: Note 47 (1/16)) :=: Pause (1/4) :+: (Note 16 (1/16) :=: Pause (1/16) :+: Note 21 (1/16) :=: Pause (1/16) :+: Note 26
(1/16) :=: Pause (1/16) :+: Note 31 (1/16) :=: Pause (1/16) :+: Note 36 (1/16) :=: Pause (1/16) :+: Note 41 (1/16) :=: Pause
(1/16) :+: Note 46 (1/16) :=: Pause (1/16) :+: Note 51 (1/16)) :=: Pause (1/4) :+: (Note 20 (1/16) :=: Pause (1/16) :+: Note
25 (1/16) :=: Pause (1/16) :+: Note 30 (1/16) :=: Pause (1/16) :+: Note 35 (1/16) :=: Pause (1/16) :+: Note 40 (1/16) :=:
Pause (1/16) :+: Note 45 (1/16) :=: Pause (1/16) :+: Note 50 (1/16) :=: Pause (1/16) :+: Note 55 (1/16)) :=: Pause (1/4) :+:
(Note 24 (1/16) :=: Pause (1/16) :+: Note 29 (1/16) :=: Pause (1/16) :+: Note 34 (1/16) :=: Pause (1/16) :+: Note 39 (1/16)
:=: Pause (1/16) :+: Note 44 (1/16) :=: Pause (1/16) :+: Note 49 (1/16) :=: Pause (1/16) :+: Note 54 (1/16) :=: Pause (1/16)
:+: Note 59 (1/16)) :=: Pause (1/4) :+: Note 28 (1/16) :=: Pause (1/16) :+: Note 33 (1/16) :=: Pause (1/16) :+: Note 38
(1/16) :=: Pause (1/16) :+: Note 43 (1/16) :=: Pause (1/16) :+: Note 48 (1/16) :=: Pause (1/16) :+: Note 53 (1/16) :=: Pause
(1/16) :+: Note 58 (1/16) :=: Pause (1/16) :+: Note 63 (1/16)) :=: Pause (1/8) :+: (Note 0 (1/16) :=: Pause (1/16) :+: Note
5 (1/16) :=: Pause (1/16) :+: Note 10 (1/16) :=: Pause (1/16) :+: Note 15 (1/16) :=: Pause (1/16) :+: Note 20 (1/16) :=:
Pause (1/16) :+: Note 25 (1/16) :=: Pause (1/16) :+: Note 30 (1/16) :=: Pause (1/16) :+: Note 35 (1/16)) :=: Pause (1/4) :+:
(Note 4 (1/16) :=: Pause (1/16) :+: Note 9 (1/16) :=: Pause (1/16) :+: Note 14 (1/16) :=: Pause (1/16) :+: Note 19 (1/16)
:=: Pause (1/16) :+: Note 24 (1/16) :=: Pause (1/16) :+: Note 29 (1/16) :=: Pause (1/16) :+: Note 34 (1/16) :=: Pause (1/16)
:+: Note 39 (1/16)) :=: Pause (1/4) :+: (Note 8 (1/16) :=: Pause (1/16) :+: Note 13 (1/16) :=: Pause (1/16) :+: Note 18
(1/16) :=: Pause (1/16) :+: Note 23 (1/16) :=: Pause (1/16) :+: Note 28 (1/16) :=: Pause (1/16) :+: Note 33 (1/16) :=: Pause
(1/16) :+: Note 38 (1/16) :=: Pause (1/16) :+: Note 43 (1/16)) :=: Pause (1/4) :+: (Note 12 (1/16) :=: Pause (1/16) :+: Note
17 (1/16) :=: Pause (1/16) :+: Note 22 (1/16) :=: Pause (1/16) :+: Note 27 (1/16) :=: Pause (1/16) :+: Note 32 (1/16) :=:
Pause (1/16) :+: Note 37 (1/16) :=: Pause (1/16) :+: Note 42 (1/16) :=: Pause (1/16) :+: Note 47 (1/16)) :=: Pause (1/4) :+:
(Note 16 (1/16) :=: Pause (1/16) :+: Note 21 (1/16) :=: Pause (1/16) :+: Note 26 (1/16) :=: Pause (1/16) :+: Note 31 (1/16)
:=: Pause (1/16) :+: Note 36 (1/16) :=: Pause (1/16) :+: Note 41 (1/16) :=: Pause (1/16) :+: Note 46 (1/16) :=: Pause (1/16)
:+: Note 51 (1/16)) :=: Pause (1/4) :+: (Note 20 (1/16) :=: Pause (1/16) :+: Note 25 (1/16) :=: Pause (1/16) :+: Note 30
(1/16) :=: Pause (1/16) :+: Note 35 (1/16) :=: Pause (1/16) :+: Note 40 (1/16) :=: Pause (1/16) :+: Note 45 (1/16) :=: Pause
(1/16) :+: Note 50 (1/16) :=: Pause (1/16) :+: Note 55 (1/16)) :=: Pause (1/4) :+: (Note 24 (1/16) :=: Pause (1/16) :+: Note
29 (1/16) :=: Pause (1/16) :+: Note 34 (1/16) :=: Pause (1/16) :+: Note 39 (1/16) :=: Pause (1/16) :+: Note 44 (1/16) :=:
Pause (1/16) :+: Note 49 (1/16) :=: Pause (1/16) :+: Note 54 (1/16) :=: Pause (1/16) :+: Note 59 (1/16)) :=: Pause (1/4) :+:
Note 28 (1/16) :=: Pause (1/16) :+: Note 33 (1/16) :=: Pause (1/16) :+: Note 38 (1/16) :=: Pause (1/16) :+: Note 43 (1/16)
:=: Pause (1/16) :+: Note 48 (1/16) :=: Pause (1/16) :+: Note 53 (1/16) :=: Pause (1/16) :+: Note 58 (1/16) :=: Pause (1/16)
:+: Note 63 (1/16)) :+: (Pause (1/8) :+: (Pause (7/4) :+: (Pause (7/16) :+: Note 0 (1/16)) :=: ((Pause (3/8) :+: Note 5
(1/16)) :=: ((Pause (5/16) :+: Note 10 (1/16)) :=: ((Pause (1/4) :+: Note 15 (1/16)) :=: ((Pause (3/16) :+: Note 20 (1/16))
:=: ((Pause (1/8) :+: Note 25 (1/16)) :=: ((Pause (1/16) :+: Note 30 (1/16)) :=: Note 35 (1/16) :+: Pause (1/16)) :+: Pause
(1/16)) :+: Pause (1/16)) :+: Pause (1/16)) :+: Pause (1/16)) :+: Pause (1/16)) :+: Pause (1/16)) :=: ((Pause (3/2) :+:
(Pause (7/16) :+: Note 4 (1/16)) :=: ((Pause (3/8) :+: Note 9 (1/16)) :=: ((Pause (5/16) :+: Note 14 (1/16)) :=: ((Pause
(1/4) :+: Note 19 (1/16)) :=: ((Pause (3/16) :+: Note 24 (1/16)) :=: ((Pause (1/8) :+: Note 29 (1/16)) :=: ((Pause (1/16)
:+: Note 34 (1/16)) :=: Note 39 (1/16) :+: Pause (1/16)) :+: Pause (1/16)) :+: Pause (1/16)) :+: Pause (1/16)) :+: Pause
```



```
(1/16)) :+: Pause (1/16)) :+: Pause (1/16)) :=: ((Pause (5/4) :+: (Pause (7/16) :+: Note 8 (1/16)) :=: ((Pause (3/8) :+:
Note 13 (1/16)) :=: ((Pause (5/16) :+: Note 18 (1/16)) :=: ((Pause (1/4) :+: Note 23 (1/16)) :=: ((Pause (3/16) :+: Note 28
(1/16)) :=: ((Pause (1/8) :+: Note 33 (1/16)) :=: ((Pause (1/16) :+: Note 38 (1/16)) :=: Note 43 (1/16) :+: Pause (1/16))
:+: Pause (1/16)) :+: Pause (1/16)) :+: Pause (1/16)) :+: Pause (1/16)) :+: Pause (1/16)) :+: Pause (1/16)) :=: ((Pause
(1/1) :+: (Pause (7/16) :+: Note 12 (1/16)) :=: ((Pause (3/8) :+: Note 17 (1/16)) :=: ((Pause (5/16) :+: Note 22 (1/16)) :=:
((Pause (1/4) :+: Note 27 (1/16)) :=: ((Pause (3/16) :+: Note 32 (1/16)) :=: ((Pause (1/8) :+: Note 37 (1/16)) :=: ((Pause
(1/16) :+: Note 42 (1/16)) :=: Note 47 (1/16) :+: Pause (1/16)) :+: Pause (1/16)) :+: Pause (1/16)) :+: Pause (1/16)) :+:
Pause (1/16)) :+: Pause (1/16)) :+: Pause (1/16)) :=: ((Pause (3/4) :+: (Pause (7/16) :+: Note 16 (1/16)) :=: ((Pause (3/8)
:+: Note 21 (1/16)) :=: ((Pause (5/16) :+: Note 26 (1/16)) :=: ((Pause (1/4) :+: Note 31 (1/16)) :=: ((Pause (3/16) :+: Note
36 (1/16)) :=: ((Pause (1/8) :+: Note 41 (1/16)) :=: ((Pause (1/16) :+: Note 46 (1/16)) :=: Note 51 (1/16) :+: Pause (1/16))
:+: Pause (1/16)) :+: Pause (1/16)) :+: Pause (1/16)) :+: Pause (1/16)) :+: Pause (1/16)) :+: Pause (1/16)) :=: ((Pause
(1/2) :+: (Pause (7/16) :+: Note 20 (1/16)) :=: ((Pause (3/8) :+: Note 25 (1/16)) :=: ((Pause (5/16) :+: Note 30 (1/16)) :=:
((Pause (1/4) :+: Note 35 (1/16)) :=: ((Pause (3/16) :+: Note 40 (1/16)) :=: ((Pause (1/8) :+: Note 45 (1/16)) :=: ((Pause
(1/16) :+: Note 50 (1/16)) :=: Note 55 (1/16) :+: Pause (1/16)) :+: Pause (1/16)) :+: Pause (1/16)) :+: Pause (1/16)) :+:
Pause (1/16)) :+: Pause (1/16)) :+: Pause (1/16)) :=: ((Pause (1/4) :+: (Pause (7/16) :+: Note 24 (1/16)) :=: ((Pause (3/8)
:+: Note 29 (1/16)) :=: ((Pause (5/16) :+: Note 34 (1/16)) :=: ((Pause (1/4) :+: Note 39 (1/16)) :=: ((Pause (3/16) :+: Note
44 (1/16)) :=: ((Pause (1/8) :+: Note 49 (1/16)) :=: ((Pause (1/16) :+: Note 54 (1/16)) :=: Note 59 (1/16) :+: Pause (1/16))
:+: Pause (1/16)) :+: Pause (1/16)) :+: Pause (1/16)) :+: Pause (1/16)) :+: Pause (1/16)) :+: Pause (1/16)) :=: ((Pause
(7/16) :+: Note 28 (1/16)) :=: ((Pause (3/8) :+: Note 33 (1/16)) :=: ((Pause (5/16) :+: Note 38 (1/16)) :=: ((Pause (1/4)
:+: Note 43 (1/16)) :=: ((Pause (3/16) :+: Note 48 (1/16)) :=: ((Pause (1/8) :+: Note 53 (1/16)) :=: ((Pause (1/16) :+: Note
58 (1/16)) :=: Note 63 (1/16) :+: Pause (1/16)) :+: Pause (1/16)) :+: Pause (1/16)) :+: Pause (1/16)) :+: Pause (1/16)) :+:
Pause (1/16)) :+: Pause (1/16)) :+: Pause (1/4)) :+: Pause (1/4)) :+: Pause (1/4)) :+: Pause (1/4)) :+: Pause (1/4)) :+:
Pause (1/4)) :+: Pause (1/4)) :=: ((Pause (7/4) :+: (Pause (7/16) :+: Note 0 (1/16)) :=: ((Pause (3/8) :+: Note 5 (1/16))
:=: ((Pause (5/16) :+: Note 10 (1/16)) :=: ((Pause (1/4) :+: Note 15 (1/16)) :=: ((Pause (3/16) :+: Note 20 (1/16)) :=:
((Pause (1/8) :+: Note 25 (1/16)) :=: ((Pause (1/16) :+: Note 30 (1/16)) :=: Note 35 (1/16) :+: Pause (1/16)) :+: Pause
(1/16)) :+: Pause (1/16)) :+: Pause (1/16)) :+: Pause (1/16)) :+: Pause (1/16)) :+: Pause (1/16)) :=: ((Pause (3/2) :+:
(Pause (7/16) :+: Note 4 (1/16)) :=: ((Pause (3/8) :+: Note 9 (1/16)) :=: ((Pause (5/16) :+: Note 14 (1/16)) :=: ((Pause
(1/4) :+: Note 19 (1/16)) :=: ((Pause (3/16) :+: Note 24 (1/16)) :=: ((Pause (1/8) :+: Note 29 (1/16)) :=: ((Pause (1/16)
:+: Note 34 (1/16)) :=: Note 39 (1/16) :+: Pause (1/16)) :+: Pause (1/16)) :+: Pause (1/16)) :+: Pause (1/16)) :+: Pause
(1/16)) :+: Pause (1/16)) :+: Pause (1/16)) :=: ((Pause (5/4) :+: (Pause (7/16) :+: Note 8 (1/16)) :=: ((Pause (3/8) :+:
Note 13 (1/16)) :=: ((Pause (5/16) :+: Note 18 (1/16)) :=: ((Pause (1/4) :+: Note 23 (1/16)) :=: ((Pause (3/16) :+: Note 28
(1/16)) :=: ((Pause (1/8) :+: Note 33 (1/16)) :=: ((Pause (1/16) :+: Note 38 (1/16)) :=: Note 43 (1/16) :+: Pause (1/16))
:+: Pause (1/16)) :+: Pause (1/16)) :+: Pause (1/16)) :+: Pause (1/16)) :+: Pause (1/16)) :+: Pause (1/16)) :=: ((Pause
(1/1) :+: (Pause (7/16) :+: Note 12 (1/16)) :=: ((Pause (3/8) :+: Note 17 (1/16)) :=: ((Pause (5/16) :+: Note 22 (1/16)) :=:
((Pause (1/4) :+: Note 27 (1/16)) :=: ((Pause (3/16) :+: Note 32 (1/16)) :=: ((Pause (1/8) :+: Note 37 (1/16)) :=: ((Pause
(1/16) :+: Note 42 (1/16)) :=: Note 47 (1/16) :+: Pause (1/16)) :+: Pause (1/16)) :+: Pause (1/16)) :+: Pause (1/16)) :+:
Pause (1/16)) :+: Pause (1/16)) :+: Pause (1/16)) :=: ((Pause (3/4) :+: (Pause (7/16) :+: Note 16 (1/16)) :=: ((Pause (3/8)
:+: Note 21 (1/16)) :=: ((Pause (5/16) :+: Note 26 (1/16)) :=: ((Pause (1/4) :+: Note 31 (1/16)) :=: ((Pause (3/16) :+: Note
36 (1/16)) :=: ((Pause (1/8) :+: Note 41 (1/16)) :=: ((Pause (1/16) :+: Note 46 (1/16)) :=: Note 51 (1/16) :+: Pause (1/16))
:+: Pause (1/16)) :+: Pause (1/16)) :+: Pause (1/16)) :+: Pause (1/16)) :+: Pause (1/16)) :+: Pause (1/16)) :=: ((Pause
(1/2) :+: (Pause (7/16) :+: Note 20 (1/16)) :=: ((Pause (3/8) :+: Note 25 (1/16)) :=: ((Pause (5/16) :+: Note 30 (1/16)) :=:
((Pause (1/4) :+: Note 35 (1/16)) :=: ((Pause (3/16) :+: Note 40 (1/16)) :=: ((Pause (1/8) :+: Note 45 (1/16)) :=: ((Pause
(1/16) :+: Note 50 (1/16)) :=: Note 55 (1/16) :+: Pause (1/16)) :+: Pause (1/16)) :+: Pause (1/16)) :+: Pause (1/16)) :+:
Pause (1/16)) :+: Pause (1/16)) :+: Pause (1/16)) :=: ((Pause (1/4) :+: (Pause (7/16) :+: Note 24 (1/16)) :=: ((Pause (3/8)
:+: Note 29 (1/16)) :=: ((Pause (5/16) :+: Note 34 (1/16)) :=: ((Pause (1/4) :+: Note 39 (1/16)) :=: ((Pause (3/16) :+: Note
44 (1/16)) :=: ((Pause (1/8) :+: Note 49 (1/16)) :=: ((Pause (1/16) :+: Note 54 (1/16)) :=: Note 59 (1/16) :+: Pause (1/16))
:+: Pause (1/16)) :+: Pause (1/16)) :+: Pause (1/16)) :+: Pause (1/16)) :+: Pause (1/16)) :+: Pause (1/16)) :=: ((Pause
(7/16) :+: Note 28 (1/16)) :=: ((Pause (3/8) :+: Note 33 (1/16)) :=: ((Pause (5/16) :+: Note 38 (1/16)) :=: ((Pause (1/4)
:+: Note 43 (1/16)) :=: ((Pause (3/16) :+: Note 48 (1/16)) :=: ((Pause (1/8) :+: Note 53 (1/16)) :=: ((Pause (1/16) :+: Note
58 (1/16)) :=: Note 63 (1/16) :+: Pause (1/16)) :+: Pause (1/16)) :+: Pause (1/16)) :+: Pause (1/16)) :+: Pause (1/16)) :+:
Pause (1/16)) :+: Pause (1/16)) :+: Pause (1/4)) :+: Pause (1/4)) :+: Pause (1/4)) :+: Pause (1/4)) :+: Pause (1/4)) :+:
Pause (1/4)) :+: Pause (1/4)) :+: Pause (1/8)
```


Weitere Aspekte

Programmierte Musik ≈ formalisierte Musik

⇝ Musik zugänglich für weitere Analysen

Automatische Erzeugung von Begleitakkorden

Eingabe: Melodie (Folge von Noten)

Ausgabe: Folge von Akkorden (z.B. für Gitarrenbegleitung)

Methode:

① rate Akkord und berechne Dissonanzen zwischen Akkord und Melodie in einem Takt

② falls Dissonanzen zu groß, unterteile Takt

③ wähle Akkord mit kleinster Dissonanz

Programmierparadigma: **Logikprogrammierung**

Beweisen von musikalischen Eigenschaften

Programmierte Musik ≈ formalisierte Musik:
beweisbare Eigenschaften von Musik?

Gleichheit von Musikstücken:

`transponiere 2 (tempo 2 (quinte ce (1/2)))` $\stackrel{?}{=}$ `quinte de (1/4)`

beide Seiten ausrechnen: `Note 2 (1/4) :=: Note 9 (1/4)`

Anwendung: Programmoptimierung

Problem: Gleichheit nach Ausrechnen $\neq$ „hörbare Gleichheit“

`Note ce (1/4) :=: Note ge (1/4)` $\neq$ `Note ge (1/4) :=: Note ce (1/4)`

Lösung:

- ➜ „hörbare Gleichheit“ ≈ identisch, wenn *aufgeführt*
- ➜ defi niere Gesetze f¨ur *Gleichheit bezüglich einer Aufführung*
- ➜ benutze diese, um Gleichheit von Musik nachzuweisen

Zusammenfassung

Beherrschung komplexer Systeme durch

- ➜ Abstraktion (ignoriere Unwichtiges)
- ➜ Modellierung (bilde geeignetes Modell)
- ➜ Notation (fi nde kompakte und verständliche Symbole)

Spezifisch für jeweiligen Anwendungsbereich

- ➜ Musik
- ➜ Architektur
- ➜ Ingenieurwissenschaften
- ➜ ...

Besonderheit der Informatik:

- ➜ Notationen durch Computer ausf¨uhrbar $\leadsto$ Programme
- ➜ defi niere Abstraktionen von Notationen (`durDreiklang`, `mehrstimmig`,...)

Fazit

Programme sind Notationen von Ideen eines Anwendungsbereichs

Programme müssen lesbar, verständlich und „schön“ sein

Gute Programme ≈ gute Kompositionen
(aufgebaut aus einfachen Einheiten und geschickten Kombinationen)

Ähnlich wie in der Architektur, aber:
leider viele Programme, die an Plattenbauten erinnern
auch bedingt durch Taylorisierung der Programmierung (“lines of code”)

Programmiersprachen können helfen, gute Kompositionen zu entwickeln:

- ➜ Beispiele in diesem Vortrag: funktionale Programme
  (Sprache: Haskell, Bibliothek: Haskore [Hudak, Yale])
- ➜ ähnliche Eleganz mit traditionellen Sprachen (Fortran, C, Java) kaum
  erreichbar

Entwicklung adäquater Programmiersprachen: aktuelle Forschung